
QUESTIONS
ET CORRIGÉS DÉTAILLÉS
DU TOSS DE MATHS
POUR L'ENTRÉE EN ÉCOLE DE
MÉDECINE / DENTISTERIE

Belgique – Juillet 2017

Corrections rédigées par Laurent HARDY ©

Diffusion libre / merci de citer la source en échange de la gratuité et du travail effectué !

Utilisation commerciale interdite

Question 1

Que vaut l'expression suivante ?

$$\left(\frac{1}{3} \left(\frac{1}{36} \right)^{-\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{64}{4}} \right)^{-1}$$

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$
- B) $-1/2$
- C) 0
- D) 2

[Correction détaillée](#)

Question 2

Complétez la phrase suivante en choisissant la réponse qui convient.

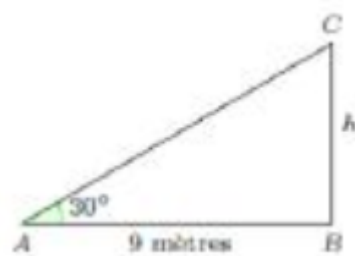
"Quand on calcule l'écart-type d'un ensemble de données numériques, on obtient une information à propos ... "

- A) de la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale contenues dans l'ensemble des données.
- B) d'une valeur qui tente d'être représentative de l'ensemble des données.
- C) de la manière dont les données sont peu ou fortement dispersées.
- D) de la valeur qui revient le plus souvent dans l'ensemble des données.

[Correction détaillée](#)

Question 3

Un géomètre observe qu'en un point A placé au niveau du sol à une distance de 9 mètres de la base B d'un mât, l'angle entre le sol et le sommet du mât est de 30° . Que vaut la hauteur h du mât ?



- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ mètres
- B) 3 mètres
- C) $3\sqrt{3}$ mètres

D) 4,25 mètres

[Correction détaillée](#)

Question 4

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A: (-1, 2)$ et $B: (3, 4)$ et $C: (2, 2)$. Quelle est la somme des coordonnées du centre de gravité du triangle ABC ?

- A) -4
- B) 4
- C) 8
- D) 12

[Correction détaillée](#)

Question 5

Soit S l'ensemble des solutions réelles de l'équation $e^{2x} + 2e^x + 1 = 0$. Parmi les affirmations suivantes, déterminez celle qui est correcte.

- A) L'ensemble S est vide.
- B) L'ensemble S contient deux nombres réels distincts et opposés.
- C) L'ensemble S contient un seul nombre réel et ce nombre réel est négatif.
- D) L'ensemble S contient un seul nombre réel et ce nombre réel est positif.

[Correction détaillée](#)

Question 6

Parmi les expressions suivantes (supposées définies), déterminez celle qui est égale à

$$x + \frac{x}{x + \frac{x}{x + x}}$$

Quelle que soit la valeur de x ?

- A) $2x$
- B) $x + 2$
- C) $\frac{2x}{x+1}$

D) $\frac{2x^2+3x}{2x+1}$

[Correction détaillée](#)

Question 7

Par quel terme désigne-t-on le nombre d'individus pour lesquels une variable aléatoire prend une valeur donnée ?

- A) L'effectif
- B) La fréquence
- C) Le mode
- D) La médiane

[Correction détaillée](#)

Question 8

On suppose que α est la mesure d'un angle en degrés tel que $30^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$ et $2 \sin(3\alpha) = \sqrt{3}$. Que vaut α ?

- A) 30°
- B) 40°
- C) 60°
- D) 100°

[Correction détaillée](#)

Question 9

Dans le plan muni d'un système d'axes orthonormé, soit d la droite d'équation $2x = 4y - 3$ et soit e la droite perpendiculaire à d et qui passe par le point A ayant pour coordonnées $(2, -5)$. Parmi les propositions suivantes, laquelle est une équation de la droite parallèle à e et qui passe par le point B ayant pour coordonnées $(-1, 3)$?

- A) $4x + 2y = 2$
- B) $2x + 4y = 10$
- C) $2x - 4y = -14$

D) $-2x + 4y = 14$

[Correction détaillée](#)

Question 10

Quelle est la valeur de l'intégrale

$$\int_2^3 x^2 e^{x^3} dx$$

- A) $\frac{1}{3}(e^8 - e^{27})$
- B) $\frac{1}{3}e^5$
- C) $\frac{1}{3}(e^{27} - e^8)$
- D) $\frac{1}{3}(e^{27} - e^5)$

[Correction détaillée](#)

Question 11

Pour faire une bonne meringue, il faut mettre 65 g de blancs d'œufs pour 135 g de sucre. Quel est le poids des blancs d'œufs nécessaire pour faire 1 kg de meringue ?

- A) 0,130 kg
- B) 0,325 kg
- C) 0,365 kg
- D) 0,481 kg

[Correction détaillée](#)

Question 12

Soit x , un nombre réel tel que $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ et $\sin(x) = -\frac{4}{5}$. Que vaut $\cos(x)$?

- A) $-3/5$
- B) $-1/5$
- C) $1/5$
- D) $3/5$

[Correction détaillée](#)

Question 13

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le point A ayant pour coordonnées $(1, 1)$ et le point B ayant pour coordonnées $(3, 2)$. Quelle est la norme du vecteur $\vec{u} = 3 \overrightarrow{AB}$?

- A) $\sqrt{5}$
- B) $3\sqrt{5}$
- C) 15
- D) 18

[Correction détaillée](#)

Question 14

Quelle est la dérivée première de la fonction $f(x) = \frac{2x^2+1}{x+1}$?

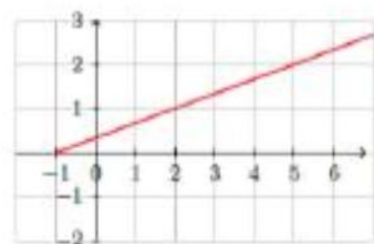
- A) $f'(x) = \frac{x^2+4x+1}{(x+1)^2}$
- B) $f'(x) = \frac{2x^2+4x+1}{(x+1)^2}$
- C) $f'(x) = \frac{x^2-4x-1}{(x+1)^2}$
- D) $f'(x) = \frac{2x^2+4x-1}{(x+1)^2}$

[Correction détaillée](#)

Question 15

La figure ci-contre donne une partie de la représentation graphique d'une fonction f du premier degré, définie sur $\mathbb{R}$.

Que vaut $f(100)$?



- A) 33
- B) $\frac{100}{3}$
- C) $\frac{101}{3}$
- D) 34

[Correction détaillée](#)

CORRECTIONS DÉTAILLÉES

Correction Question 1

$$\left(\frac{1}{3} \left(\frac{1}{36} \right)^{-\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{64}{4}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{3} (36)^{\frac{1}{2}} - \sqrt{16} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{3} \cdot 6 - 4 \right)^{-1} = (2 - 4)^{-1} = -\frac{1}{2}$$

La bonne réponse est la réponse B

[Retour énoncé](#)

Correction Question 2

- A) La différence entre la valeur maximale et la valeur minimale contenues dans l'ensemble des données s'appelle l'étendue. ➔ FAUX
- B) La valeur qui tente d'être représentative de l'ensemble des données s'appelle la moyenne. ➔ FAUX
- C) La manière dont les données sont peu ou fortement dispersées est en effet l'écart-type. ➔ VRAI.
- D) La valeur qui revient le plus souvent dans l'ensemble des données s'appelle le mode (ou aussi valeur dominante). FAUX

La bonne réponse est la réponse C

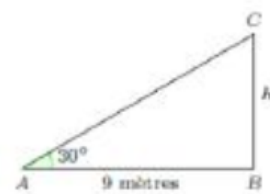
[Retour énoncé](#)

Correction Question 3

Une des relations classiques dans les triangles rectangles donne :

$$\frac{h}{9} = \tan(30^\circ) \Leftrightarrow \frac{h}{9} = \frac{\sin(30^\circ)}{\cos(30^\circ)} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

D'où, $h = \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$ mètres.



La bonne réponse est la réponse C

[Retour énoncé](#)

Correction Question 4

$A: (-1, 2)$ et $B: (3, 4)$ et $C: (2, 2)$

Il est essentiel de savoir que les coordonnées du centre de gravité d'un triangle sont données par l'intersection des 3 médianes (càd les droites qui joignent chaque sommet au milieu du côté opposé). En pratique, la connaissance de l'équation de deux des trois médianes suffit pour en calculer l'intersection...

1°) Quelles sont les coordonnées du milieu de AB ?

$$m(AB) = \left(\frac{-1+3}{2}; \frac{2+4}{2} \right) = (1; 3)$$

2°) Quelle est l'équation de la droite (médiane) qui passe par (1; 3) et $C: (2; 2)$?

$$y = ax + b \Rightarrow \begin{cases} 3 = 1 \cdot a + b \\ 2 = 2 \cdot a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a - 2b = -6 \\ 2a + b = 2 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

On additionne (1) et (2) : $-b = -4 \Rightarrow b = 4$

On injecte $b = 4$ dans (1) : $a = -1$ D'où $d_1 \equiv y = -x + 4$

3°) Quelles sont les coordonnées du milieu de BC ?

$$m(BC) = \left(\frac{3+2}{2}; \frac{4+2}{2} \right) = \left(\frac{5}{2}; 3 \right)$$

4°) Quelle est l'équation de la droite (médiane) qui passe par $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ et $A: (-1; 2)$?

$$y = ax + b \Rightarrow \begin{cases} 3 = \frac{5}{2} \cdot a + b \\ 2 = -1 \cdot a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a + 2b = 6 \\ -a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a + 2b = 6 \\ -5a + 5b = 10 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

On additionne (1) et (2) : $7b = 16 \Rightarrow b = 16/7$

On injecte $b = 16/7$ dans (1) : $a = 2/7$ D'où $d_2 \equiv y = \frac{2}{7}x + \frac{16}{7}$

5°) On cherche l'intersection entre d_1 et d_2 .

$$d_1 = d_2 \Leftrightarrow -x + 4 = \frac{2}{7}x + \frac{16}{7} \Leftrightarrow -x - \frac{2}{7}x = \frac{16}{7} - 4 \Leftrightarrow -\frac{9}{7}x = -\frac{12}{7} \Leftrightarrow x = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

Injectons $x = \frac{4}{3}$ dans d_1 (on aurait pu injecter dans d_2 , ce qui ne change rien ...) :

$$y = -\frac{4}{3} + 4 = -\frac{4}{3} + \frac{12}{3} = \frac{8}{3}$$

Et donc, la somme des coordonnées ($x + y$) vaut $\frac{4}{3} + \frac{8}{3} = \frac{12}{3} = 4$

La bonne réponse est la réponse B

[Retour énoncé](#)

Correction Question 5

$$e^{2x} + 2e^x + 1 = 0$$

On pose $y = e^x$. L'équation devient : $y^2 + 2y + 1 = 0$

Le discriminant vaut : $\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(1) = 0$

La racine de $y^2 + 2y + 1 = 0$ est $y = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2} = -1$ or $y = e^x$ donc $e^x = -1$, ce qui est impossible car e^x est TOUJOURS positif !

L'ensemble des solutions est donc l'ensemble vide !

La bonne réponse est la réponse A

[Retour énoncé](#)

Correction Question 6

$$\begin{aligned} x + \frac{x}{x + \frac{x}{x+x}} &= x + \frac{x}{x + \frac{x}{2x}} = x + \frac{x}{x + \frac{1}{2}} = x + \frac{x}{\frac{2x+1}{2}} = x + \frac{2x}{2x+1} = \frac{x(2x+1) + 2x}{2x+1} \\ &= \frac{2x^2 + x + 2x}{2x+1} = \frac{2x^2 + 3x}{2x+1} \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse D

[Retour énoncé](#)

Correction Question 7

En statistique,

- A) L'effectif d'une valeur est **le nombre de données qui ont cette valeur : VRAI**
- B) La fréquence d'une valeur est égale à l'effectif de cette valeur divisé par l'effectif total
- C) Le mode (ou valeur dominante) est la valeur la plus représentée d'une variable quelconque dans une population donnée
- D) La médiane M d'une série statistique est la valeur telle que 50 % des valeurs de la série sont inférieures ou égales à M et 50 % des valeurs de la série sont supérieures ou égales à M.

La bonne réponse est la réponse A

[Retour énoncé](#)

Correction Question 8

Deux méthodes ...

1) La plus rapide, dans ce cas précis est d'injecter chaque proposition pour α dans l'équation.

- a. $\alpha = 30^\circ$? Non car alors $\sin(3\alpha) = \sin(90^\circ) = 1$ et $2 \neq \sqrt{3}$!
- b. $\alpha = 60^\circ$? Non car alors $\sin(3\alpha) = \sin(180^\circ) = 0$ et $0 \neq \sqrt{3}$!
- c. $\alpha = 100^\circ$? Non car alors $\sin(3\alpha) = \sin(300^\circ)$ est négatif or, $\sqrt{3} > 0$!
- d. $\alpha = 40^\circ$? OUI car alors $\sin(3\alpha) = \sin(120^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$!

2) Le calcul simple ...

$$2 \sin(3\alpha) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin(3\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 3\alpha = 60^\circ \text{ ou } 120^\circ$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 20^\circ \text{ ou } \alpha = 40^\circ$$

L'énoncé précise: $30^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$ donc $\alpha = 40^\circ$

La bonne réponse est la réponse B

[Retour énoncé](#)

Correction Question 9

$$d \equiv 2x = 4y - 3 \Leftrightarrow 4y = 2x + 3 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$$

La pente de d vaut donc $\frac{1}{2}$ (c'est le coefficient de x).

La droite perpendiculaire e a donc comme pente -2 (rappel : $mm' = -1$ où m est la pente d'une droite et m' , la pente de la droite perpendiculaire).

La donnée du point A ne sert à RIEN ... En effet, la droite parallèle à e a aussi, par définition, une pente égale à -2 .

Donc l'équation de cette droite parallèle est $e \equiv y = -2x + b$.

Comme elle passe par $B : (-1, 3)$, on a $3 = -2 \cdot (-1) + b$ d'où $b = 1$

La droite parallèle à e et passant par $B : (-1, 3)$ a donc pour équation : $y = -2x + 1$.

Qui peut aussi s'écrire : $2x + y = 1$ ou aussi, pour s'adapter à la réponse $4x + 2y = 2$.

La bonne réponse est la réponse A

[Retour énoncé](#)

Correction Question 10

$$\int_2^3 x^2 e^{x^3} dx = \frac{1}{3} \int_2^3 3x^2 e^{x^3} dx$$

De cette façon, on retrouve la dérivée de x^3 juste devant e^{x^3} et on peut appliquer :

$$[g(f(x))]' = f'(x) \cdot g'(f(x)) \Rightarrow g(f(x)) = \int f'(x) \cdot g'(f(x))$$

Où ici : $f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$; $g'(x) = e^x \Rightarrow g(x) = e^x$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \int_2^3 3x^2 e^{x^3} dx = \frac{1}{3} [e^{x^3}]_2^3 = \frac{1}{3} [e^{27} - e^8]$$

La bonne réponse est la réponse C

[Retour énoncé](#)

Correction Question 11

Il s'agit d'une simple règle de proportionnalité (ou règle de trois ...).

Avec 65 g de blancs d'œufs et 135 g de sucre, on fait forcément 200 gr de meringue.

Donc pour faire 1 kg de meringue (cà 5 fois 200 gr), il faut bien sûr cinq fois plus de blanc d'œuf, soit $5 \times 65 \text{ gr} = 325 \text{ gr} = \mathbf{0,325 \text{ kg}}$.

La bonne réponse est la réponse B

[Retour énoncé](#)

Correction Question 12

Vu que $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, on sait déjà que $\cos(x) < 0$

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \Rightarrow \cos^2(x) = 1 - \sin^2(x) = 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$\Rightarrow \cos(x) = + \text{ ou } -\frac{3}{5}$ mais comme on sait que $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ et que donc $\cos(x) < 0$,

on a alors : **$\cos(x) = -\frac{3}{5}$**

La bonne réponse est la réponse A

[Retour énoncé](#)

Correction Question 13

A: (1,1) et B: (3,2)

⇒ Le vecteur $\overrightarrow{AB} = (3 - 1; 2 - 1) = (2,1)$ et donc $3\overrightarrow{AB} = (6,3)$.

⇒ Alors, $\|\vec{u}\| = \|3\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

La bonne réponse est la réponse B

[Retour énoncé](#)

Correction Question 14

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x + 1}$$

Rappel : $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

Ici :

$$\begin{aligned} \left(\frac{2x^2 + 1}{x + 1}\right)' &= \frac{(2x^2 + 1)' \cdot (x + 1) - (2x^2 + 1) \cdot (x + 1)'}{(x + 1)^2} \\ &= \frac{4x \cdot (x + 1) - (2x^2 + 1)}{(x + 1)^2} = \frac{4x^2 + 4x - 2x^2 - 1}{(x + 1)^2} = \frac{2x^2 + 4x - 1}{(x + 1)^2} \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse D

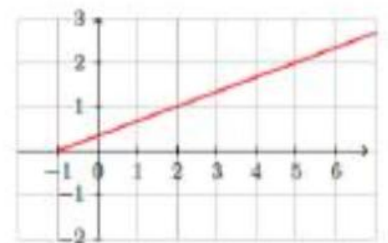
[Retour énoncé](#)

Correction Question 15

L'équation de toute droite est $y = ax + b$.

On choisit deux points de passage facile, par exemple :

(-1,0) et (2,1).



$$(-1,0) \Rightarrow 0 = -1a + b$$

$$(2,1) \Rightarrow 1 = 2a + b$$

$$\text{On résout } \begin{cases} -a + b = 0 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + 2b = 0 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

On additionne les 2 équations (1) et (2) : $3b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{3}$ qu'on réinjecte dans l'équation

$$(2) : 2a + \frac{1}{3} = 1 \Rightarrow 2a = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

L'équation de la droite est donc : $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$
Et donc, $f(100) = \frac{1}{3} \cdot 100 + \frac{1}{3} = \frac{100}{3} + \frac{1}{3} = \frac{101}{3}$

La bonne réponse est la réponse C

[Retour énoncé](#)

FIN