QUESTIONS

ET CORRIGÉS DÉTAILLÉS

DU CONCOURS DE MATHS

POUR L'ENTRÉE EN ÉCOLE DE

MÉDECINE / DENTISTERIE

Belgique – Août 2025

Corrections rédigées par Laurent HARDY ©

Question 1

Le prix d'entrée pour une pièce de théâtre était de 10 euros pour les étudiants, 15 euros pour les seniors et 20 euros pour toutes les autres personnes.
On sait que parmi les 500 billets qui ont été vendus, pour un total de 6 500 euros, il y avait trois fois plus de billets au tarif étudiant que de billets au tarif senior.
Quel est, en euros, le montant obtenu par la vente des billets au tarif étudiant ?

A. 2100
B. 3300
C. 3000
D. 1800

Correction détaillée

Question 2

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel $x \neq 0$, vérifiant

$$f(1) = 1$$

et dont la dérivée vaut

$$f'(x) = x^3 - \frac{3}{x^4}$$

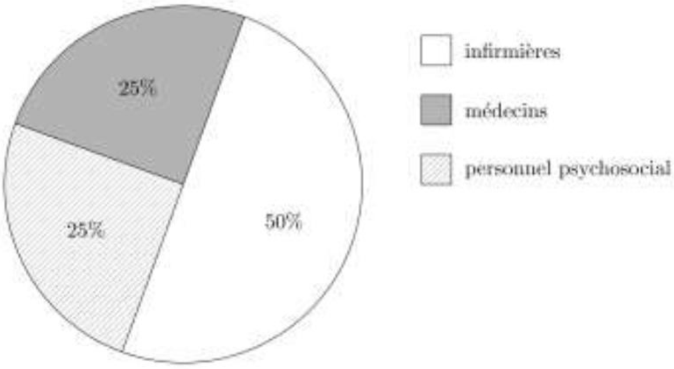
Que vaut $f(2)$?

A. 2
B. 33/8
C. 1/3
D. 31/8

Correction détaillée

Question 3

Un hôpital emploie 2 000 personnes soignantes. On retrouve la répartition de ce personnel dans le diagramme circulaire ci-dessous.



Le nombre d'infirmières dans cet hôpital est insuffisant. Pour des raisons budgétaires, l'hôpital décide de remplacer 20 % de son personnel psychosocial par des infirmières. Quel pourcentage du personnel soignant seront des infirmières après ce changement ?

A. 55 %
B. 60 %
C. 70 %
D. 80 %

Correction détaillée

Question 4

Dans un grand lac apprécié par les pêcheurs à la ligne, il a été déterminé que l'évolution du nombre de truites $N(t)$ $(N(t) > 0)$ au cours du temps t (exprimé en années), obéit à l'équation suivante :

$$N'(t) = 0{,}3N(t) - 0{,}06tN(t)$$

où N'désigne la dérivée de N par rapport au temps t.
Pendant combien d'années le nombre de truites augmentera dans ce lac ?

A. 5
B. 16,67
C. 33,33
D. Le nombre de truites augmentera toujours dans ce lac

Correction détaillée

Question 5

On considère l'équation

$$\cos(x^2) + \sin(x^2) = 1$$

Pour x réel.

Dans les propositions suivantes, quel ensemble fait partie de l'ensemble des solutions de cette équation ?

A. $\left\{ \sqrt{(2k+1)\cdot\frac{\pi}{4}} \ : k = 0, 1, 2, \cdots \right\}$

B. $\left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2} + 2k\,\pi} \ : k = 0, 1, 2, \cdots \right\}$

C. $\left\{ \sqrt{k \cdot \frac{\pi}{2}} \ : k = 0, 1, 2, \cdots \right\}$

D. $\mathbb{R}$

Correction détaillée

Question 6

On considère l'équation

$$x = \sqrt{1 + \sqrt{1 + x}}$$

Parmi les propositions suivantes, quel ensemble représente l'ensemble des solutions ?

A. $\left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$

B. $\left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right\}$

C. $\left\{\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$

D. $\left\{-1, \frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$

Correction détaillée

Question 7

Dans un plan muni d'un repère cartésien orthonormé considérons la droite d de pente $m = \sqrt{2}$ passant par le point $(-3\,;\,\sqrt{2})$ et la droite d' perpendiculaire à d et passant par le point $(0\,;\,3)$.

Que vaut l'abscisse du point d'intersection de d' avec l'axe des abscisses ?

A. $3\sqrt{2}$
B. $3+3\sqrt{2}$
C. $3-3\sqrt{2}$
D. $\frac{3}{\sqrt{2}}$

Correction détaillée

Question 8

Quelle est la valeur de l'expression

$$\cos\left(\frac{17\pi}{3}\right)$$

parmi les propositions ci-dessous ?

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Correction détaillée

Question 9

Un jeune enfant s'amuse avec une calculatrice à faire des additions de nombres de plus en plus grands.

Il commence par l'opération $1+1$; une fois le résultat obtenu, il l'additionne à lui-même, puis recommence à chaque étape avec ce nouveau résultat. Il effectue ainsi successivement les opérations : $1+1$, $2+2$, $4+4$, et ainsi de suite.

Si n est un nombre entier non nul désignant le nombre d'étapes, quel est le résultat obtenu par l'enfant après n étapes ?

A. $2n$

B. n^2

C. 2^n

D. 2^{2n}

Correction détaillée

Question 10

Dans le plan euclidien, on considère quatre points P, Q, R, S qui forment un carré $PQRS$ de côtés de longueur 2.

Que vaut le produit scalaire $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{RP}$?

A. -4

B. -2

C. 2

D. 4

Correction détaillée

CORRECTIONS DÉTAILLÉES

Correction Question 1

Posons x, le nombre de billets 'sénior'. On nous dit «il y avait trois fois
plus de billets au tarif étudiant que de billets au tarif senior », il y a donc $3x$ billets étudiants.

On nous dit enfin que 500 billets ont été vendus. Les « autres personnes » représentent donc le restant, soit : $500 - x - 3x$, soit $500 - 4x$

Financièrement parlant, on a donc :

$$[(10 \times 3\,x)] + [15 \times x] + [20 \times (500 - 4x)] = 6500$$
$$\Leftrightarrow 30x + 15x + 20(500 - 4x) = 6500$$
$$\Leftrightarrow 45x + 10000 - 80x = 6500$$
$$\Leftrightarrow -35x = -3500$$
$$\Leftrightarrow 35x = 3500$$
$$\Leftrightarrow x = 100\ billets$$

x étant le nombre de billets SENIOR, il y avait donc $3x$ billets étudiants, càd, **300**.

À raison de 10€/billet étudiant, le montant de la vente des billets étudiants représente alors : $300\ billets \times 10\ € = \mathbf{3000\ euros}$

La bonne réponse est donc la réponse C

Retour énoncé

Correction Question 2

On donne $f'(x) = x^3 - \frac{3}{x^4}$

Pour trouver $f(2)$, il faut bien sûr d'abord trouver $f(x)$, ce qui se fait en intégrant $f'(x)$.

$$\int \left(x^3 - \frac{3}{x^4}\right) dx = \int x^3 dx - \int \frac{3}{x^4} dx = \int x^3 dx - 3 \int x^{-4}\, dx$$

$$= \frac{x^4}{4} + C_{onstante_1} - 3\left(\frac{x^{-3}}{-3}\right) + C_{onstante_2} = \frac{x^4}{4} + x^{-3} + C_{onstante} = \frac{x^4}{4} + \frac{1}{x^3} + \boldsymbol{C_{onstante}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{1}{x^3} + C}$$

Le piège consistait à ne pas oublier que lorsqu'on intègre, le résultat obtenu l'est toujours à une constante près !!

Grâce à l'information $f(1) = 1$, on peut trouver cette constante :

$f(1) = 1 \iff \frac{(1)^4}{4} + \frac{1}{(1)^3} + \boldsymbol{C} = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} + 1 + c = 1 \Rightarrow \boldsymbol{c} = 1 - \frac{5}{4} = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$

Et donc, $\boldsymbol{f(x)} = \frac{\boldsymbol{x^4}}{\mathbf{4}} + \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{x^3}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$

D'où, on tire $\boldsymbol{f(2)} = \frac{(2)^4}{4} + \frac{1}{(2)^3} - \frac{1}{4} = \frac{16}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = 4 + \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = \frac{32}{8} + \frac{1}{8} - \frac{2}{8} = \frac{32+1-2}{8} = \frac{\mathbf{31}}{\mathbf{8}}$

La bonne réponse est donc la réponse D

Retour énoncé

Correction Question 3

Le personnel psychosocial représente 25 % du personnel. On en supprime 20%, soit $\frac{20}{100}$ ou encore $\frac{1}{5}$.
Or, $\frac{1}{5}$ de 25%, c'est **5%.**
Le personnel psychosocial va donc perdre au total 5% de son effectif au bénéfice des infirmières qui va dès lors passer de 50% à **55%**.

Si vous n'êtes pas à l'aise avec les pourcentages, voici la version en chiffres ! 😉
Sur 2000 personnes, 25 % (donc ¼) sont du personnel psychosocial, soit $2000 * \frac{1}{4} = 500$.
Sur 2000 personnes, 50 % (donc 1/2) sont des infirmières, soit $2000 * \frac{1}{2} = 1000$ infirmières.
Je supprime 20% (donc 1/5) du personnel psychosocial, j'en supprime donc $500 * \frac{1}{5} = 100$. J'ai donc au final 1100 infirmières sur un personnel de 2000 personnes, soit un ratio de $\frac{1100}{2000} = 0{,}55$ ($= \mathbf{55\%}$)

La bonne réponse est donc la réponse A

Retour énoncé

Correction Question 4

L'évolution du nombre de truites en fonction du temps est donné par une loi $N(t)$ que l'on ne connait pas !
La question « Pendant combien d'années le nombre de truites augmentera dans ce lac ? » suggère que $N(t)$ augmente, passe par un maximum, puis diminue. Autrement dit, à un certain temps $\boldsymbol{t}$, la dérivée de $N(t)$ est nulle (signifiant qu'on passe par un extremum qui peut être un maximum … mais aussi un minimum !).

Commençons par annuler la dérivée qui nous est donnée dans l'énoncé (c'est plutôt sympa …).

$$N'(t) = 0 \Leftrightarrow 0{,}3\, N(t) - 0{,}06\, t\, N(t) = 0$$

$N(t)$ étant strictement > 0 (c'est dit dans l'énoncé !), on peut simplifier l'équation et diviser par $N(t)$.

- $0{,}3\, N(t) - 0{,}06\, t\, N(t) = 0 \Leftrightarrow 0{,}3 - 0{,}06\, t = 0 \Leftrightarrow 0{,}3 = 0{,}06t$

$$\Rightarrow \boldsymbol{t} = \frac{0{,}3}{0{,}06} = \frac{30}{6} = \mathbf{5}$$

Formellement, il faudrait vérifier que la dérivée seconde est négative (fonction concave) pour s'assurer qu'il s'agit bien d'un maximum et non d'un minimum ! Le calcul est simple mais long pour le concours. Il faut donc se fier sur le fait que toutes les réponses suggèrent une augmentation de la population et que donc, s'il existe un extremum, ce sera un maximum et non un minimum !

La bonne réponse est donc la réponse A

Retour énoncé

Correction Question 5

Le piège ici était de confondre l'équation proposée $\cos(x^2) + \sin(x^2) = 1$ avec … $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ *vraie pout tout* x et de se précipiter sur la réponse D …

Commencez par poser $x^2 = y$ pour faire plus simple, l'équation devient alors :

$$\cos(y) + \sin(y) = 1$$

pour laquelle on vous demande (2ème piège !) « **quel ensemble fait partie de l'ensemble des solutions** de cette équation ».

Autrement dit, on ne vous demande **PAS** de résoudre cette équation et de trouver toutes ses solutions (elle n'est pas compliquée mais pas triviale à résoudre non plus, en tout cas pas dans le cadre de ce concours). On vous demande en fait, parmi les solutions proposées, laquelle contient des solutions qui fonctionnent.

La réponse D est éliminée d'office, on sait très bien que $\cos(y) + \sin(y) \neq 1$ pour tout y !

Testons quelques valeurs particulières pour éliminer des réponses !

- $y = 0\ (\Leftrightarrow x = 0\ ) \Rightarrow \cos(0) + \sin(0) \overset{?}{=} 1 \ \Leftrightarrow 1 + 0 \overset{?}{=} 1$ **VRAI** => les réponses A, B et C restent plausibles.
- $y = \frac{\pi}{4}\left(\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{\pi}{4}}\right) \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \overset{?}{=} 1 \ \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \overset{?}{=} 1$ ***FAUX.*** Cela élimine la réponse A (qui suggérait que, pour $k = 0$, $\sqrt{\frac{\pi}{4}}$ puisse être une solution). Restent les réponses B et C.
- $y = \frac{\pi}{2}\left(\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\ \right) \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \overset{?}{=} 1 \ \Leftrightarrow 0 + 1 \overset{?}{=} 1$ VRAI. => **les réponses B et C restent en jeu** puisque pour $k = 0$, la réponse B contient $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ et pour $k = 1$, la réponse C contient aussi $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$
- $y = \pi\ \ (\Leftrightarrow x = \sqrt{\pi}\ ) \Rightarrow \cos(\pi) + \sin(\pi) \overset{?}{=} 1 \ \Leftrightarrow -1 + 0 \overset{?}{=} 1$ ***FAUX.*** **Ce qui élimine la réponse C.** Car pour $k = 2$, la réponse C proposait $x = \sqrt{\pi}$ comme réponse.

Il reste donc la réponse B

La bonne réponse est donc la réponse B

Retour énoncé

Correction Question 6

AUCUN calcul n'est nécessaire !
En effet, puisque (dans $\mathbb{R}$, ***bien sûr***) une racine est toujours positive, on a TOUJOURS que :

$$x = \sqrt{1 + \sqrt{1 + x}} \geq 0$$

Donc, x ne peut être que positif … ce qui élimine $x = -1$ (élimine la réponse D) et élimine $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ qui est bien sûr négatif puisque $\sqrt{5} > 1$, ce qui élimine les réponses A et B.
Reste donc la réponse C !

La bonne réponse est donc la réponse C

Retour énoncé

Correction Question 7

La droite d ayant pour pente $m = \sqrt{2}$, la droite perpendiculaire aura une pente m' telle que $m\,m' = -1$, on a

$$m' = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Et donc, l'équation de d' est $d' \equiv y = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + b$ (car, pour une droite, le coefficient de x est la pente !).

Elle passe par le point $(0\,;\,3)$, donc quand $x = 0$, $y = 3$.

Donc : $3 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0 + b \Rightarrow b = 3$

Et l'équation finale de d' est $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}\,x + 3$

L'axe des abscisses a pour équation $y = 0$

Il faut donc remplacer $y = 0$ dans d'

Note : En fait on résout le système $\begin{cases} y = -\frac{1}{\sqrt{2}}\,x + 3 \\ y = 0 \end{cases}$

$$0 = -\frac{1}{\sqrt{2}}\,x + 3$$
$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{2}} = 3 \quad \Rightarrow \boldsymbol{x = 3\sqrt{2}}$$

La bonne réponse est donc la réponse A

Retour énoncé

Correction Question 8

On sait que à chaque tour, càd tous les $2\,\pi$, on retombe sur les mêmes valeurs de sinus et/ou cosinus.

On a $\frac{17\pi}{3} = \frac{6\pi}{3} + \frac{6\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} = 2\pi + 2\pi + \frac{5\pi}{3}$

Les deux premiers termes $(2\pi + 2\pi)$ ne servent à rien puisqu'ils correspondent à 2 tours complets et n'influencent en rien la valeur du cosinus.

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{17\,\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{6\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos(60°) = \boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

La bonne réponse est donc la réponse C

Retour énoncé

Correction Question 9

A l'étape $n = 1$, il obtient : $1 + 1 = 2$ (on élimine la réponse A)

A l'étape $n = 2$, il obtient : $2 + 2 = 4$ (on élimine la réponse D)

A l'étape $n = 3$, il obtient : $4 + 4 = 8$ (on élimine la réponse B)

A l'étape $n = 4$, il obtient : $8 + 8 = 16$ (cela confirme la réponse C)

$$2 = 2^1\ ; 4 = 2^2\ ; 8 = 2^3\ ; 16 = 2^4 ; etc$$

A l'étape n, on a bien 2^n

La bonne réponse est donc la réponse C

[Retour énoncé]

Correction Question 10

Pour commencer, le vecteur $\overrightarrow{RP}$ est de sens opposé au vecteur $\overrightarrow{PQ}$. Leur produit scalaire ne peut donc pas être positif, mais sera forcément négatif. On élimine les réponses C et D.

On applique simplement : $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{RP} = \|\overrightarrow{PQ}\| \cdot \|\overrightarrow{RP}\| \cdot \cos\left(\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{RP}\right)$

Avec :

- $\|\overrightarrow{PQ}\| = 2$
- $\|\overrightarrow{RP}\| = 2\sqrt{2}$ (par Pythagore : $RP^2 = PQ^2 + QR^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow RP = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
- $\cos\left(\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{RP}\right) = \cos(90° + 45°) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Et donc,

$$\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{RP} = \|\overrightarrow{PQ}\| \cdot \|\overrightarrow{RP}\| \cdot \cos\left(\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{RP}\right) = 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -4$$

La bonne réponse est donc la réponse A

[Retour énoncé]

FIN