QUESTIONS

ET CORRIGÉS DÉTAILLÉS

DU TOSS DE MATHS

POUR L'ENTRÉE EN ÉCOLE DE

MÉDECINE / DENTISTERIE

Belgique – Septembre 2013

Corrections rédigées par Laurent HARDY ©

Question 1

Soient a, b, c des nombres strictement positifs tels que
$\frac{a}{b} = 1/2$ et $\frac{c}{a} = \frac{4}{3}$. Que vaut $\frac{b}{c}$?

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{3}{8}$

C) $\frac{3}{2}$

D) une autre valeur

Correction détaillée

Question 2

Parmi les expressions suivantes, laquelle est égale à $\frac{(2b)^{-1}-2^{-1}b}{b^{-1}+1^{-1}}$ pour tout nombre b strictement positif ?

A) $\frac{1-b}{2}$

B) $\frac{b-1}{2}$

C) $\frac{b^2-1}{2b}$

D) $\frac{(1-b^2)}{2b}$

Correction détaillée

Question 3

Que vaut la racine carrée de $0{,}0009 \times 10^{-2}$?

A) 0,00003

B) 0,0003

C) 0,003

D) 0,03

Correction détaillée

Question 4

J'achète un téléphone à 80 euros TVA comprise. Le taux de TVA sur ce produit est de 21%. Quel est le prix de ce téléphone hors TVA ?

A) $80 - \frac{21}{100}$ euros

B) $80 \times \frac{79}{100}$ euros

C) $80 \times \frac{100}{121}$ euros

D) $80 \times \frac{121}{100}$ euros

Correction détaillée

Question 5

Un marchand réduit le prix d'un article de 30%. Plus tard, il accorde encore une réduction de 20 % sur le prix abaissé. Quelle est la réduction totale sur le prix de base ?

A) 44 %

B) 50 %

C) 56 %

D) 60 %

Correction détaillée

Question 6

Soit x le nombre réel tel que $\pi x + 1 = 8$. Que vaut $2\pi x + 1$?

A) 14
B) 15
C) 16
D) 17

Correction détaillée

Question 7

Quel est l'ensemble des solutions de l'équation $x^2 - 5632\,x + 1133407 = 0$?

A) $\{209\,, -5423\}$

B) $\{209\,, -5422\}$

C) $\{209\,,\ 5422\}$

D) $\{209\,,\ 5423\}$

Correction détaillée

Question 8

Combien y a-t-il de solutions réelles distinctes de l'équation suivante ?

$$(x-1)(x^5 - 23x^4 - 12x^3) + x = x$$

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

Correction détaillée

Question 9

Soient x et y les deux nombres réels satisfaisant

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x - y = 9 \end{cases}$$

Que vaut $x - 2y$?

A) 2

B) 5

C) aucune des réponses précédentes

Correction détaillée

Question 10

Les diagonales d'un losange mesurent 12 cm et 16 cm. Quelle est la longueur du côté d'un losange ?

A) 5,29 cm
B) 10 cm
C) 14 cm
D) 20 cm

Correction détaillée

Question 11

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le point A ayant pour coordonnées $(1,1)$ et le point B ayant pour coordonnées $(3,2)$.
Quelle est la norme du vecteur $\vec{u} = 3\,\overrightarrow{AB}$?

A) $\sqrt{5}$
B) $3\sqrt{5}$
C) 15
D) 18

Correction détaillée

Question 12

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, soit d la droite d'équation $3x + 4y = 2$ et soit e la droite d'équation $2x - y = 3$. Soit f la droite parallèle à d qui passe par l'origine. Quelle est l'abscisse du point d'intersection des droites e et f ?

A) $11/12$
B) $12/11$
C) $12/5$
D) 3

Correction détaillée

Question 13

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère la droite d d'équation cartésienne $3x + 2y = 6$. La droite d' est perpendiculaire à d et contient le point P ayant pour coordonnées $(1,1)$. Parmi les équations suivantes, laquelle est une équation cartésienne de d' ?

A) $3x + 2y = 5$

B) $2x + 3y = 5$
C) $3y - 2x = 5$
D) $3y - 2x = 1$

Correction détaillée

Question 14

Que vaut $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$, quel que soit le x réel ?

A) $-cos\,(x)$
B) $-sin(x)$
C) $\cos(x)$
D) $\sin(x)$

Correction détaillée

Question 15

Soit x le nombre tel que $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ et $\cos(x) = 0{,}7$. Que vaut $\sin(x)$?

A) 0,3
B) $\sqrt{0{,}3}$
C) $\sqrt{0{,}51}$
D) $1 - \sqrt{0{,}49}$

Correction détaillée

Question 16

Que vaut $\cos\left(\frac{10\pi}{3}\right)$?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
B) $-\frac{1}{2}$
C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Correction détaillée

Question 17

Soit un triangle ABC rectangle en A. Le côté $[A,B]$ mesure 3 mètres. L'angle $\widehat{ACB}$ vaut $60°$. Quelle est la longueur du côté $[A,C]$

A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ mètres

B) $\sqrt{3}$ mètres

C) 3 mètres

D) $3\sqrt{3}$ mètres

Correction détaillée

Question 18

Soit un triangle ABC rectangle en B. Le côté $[A,B]$ mesure 4 mètres et l'aire de ABC vaut $8\sqrt{3}\,m^2$. Quelle est l'amplitude de l'angle $\widehat{ACB}$

A) 30°

B) 45°

C) 60°

D) aucune des réponses précédentes

Correction détaillée

Question 19

Soit f la fonction du premier degré définie sur $\mathbb{R}$ et telle que $f(3) = 3$ et $f(6) = 2$. Que vaut alors $f(10)$?

A) $-\frac{7}{3}$

B) $\frac{2}{3}$

C) 1

D) $\frac{16}{3}$

Correction détaillée

Question 20

Soit $m = 0{,}7$. Déterminez l'unique proposition correcte parmi celles qui suivent.

A) $\sqrt{m} < m < m^2$
B) $\sqrt{m} < m^2 < m$
C) $m^2 < \sqrt{m} < m$
D) $m^2 < m < \sqrt{m}$

Correction détaillée

Question 21

Parmi les fonctions f définie par les expressions suivantes, quelle est celle qui est paire, sur son domaine de définition ?

A) $f(x) = 4 + \sqrt{x}$
B) $f(x) = \sqrt{4 + x}$
C) $f(x) = 4$
D) $f(x) = \sqrt{x}$

Correction détaillée

Question 22

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 1$. Parmi les fonctions g définies par les expressions suivantes, quelle est celle qui est égale à f sur son domaine de définition ?

A) $g(x) = \ln\left(e^x - 1\right)$
B) $g(x) = e^{\ln(x)-1}$
C) $g(x) = e^{\ln(x)} - 1$
D) $g(x) = \ln(e^x) - \ln(1)$

Correction détaillée

Question 23

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et soit la fonction g définie par $g(x) = x + f(x^2)$. Calculez $g'(0)$.

A) 0

B) 1

C) 2

D) c'est impossible à déterminer

Correction détaillée

Question 24

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t^2e^{2t}$. Quelle est l'expression de la fonction dérivée f'?

A) $f'(t) = 2te^{2t}$

B) $f'(t) = 2t(1+t)e^{2t}$

C) $f'(t) = t(2+t)\,e^{2t}$

D) $f'(t) = 4te^{2t}$

Correction détaillée

Question 25

Soit une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f'(x) = 1 + \cos^2(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. Que peut-on en déduire pour la fonction f ?

A) elle est croissante

B) elle est décroissante

C) elle est impaire

D) elle est paire

Correction détaillée

Question 26

Que vaut l'intégrale $\int_{-1}^{1}(x^2+x)dx$

A) $2/3$

B) 1

C) 2

Correction détaillée

Question 27

Quelle est l'expression de la primitive $\int(2x-1)^2\,dx$ à une constante près ?

A) $4(2x-1)$

B) $\frac{1}{3}(2x-1)^3$

C) $\frac{1}{6}(2x-1)^3$

D) $\frac{2}{3}\,(2x-1)^3$

Correction détaillée

Question 28

La moyenne arithmétique des 4 nombres $k, 2k-5, 3k+2$ et $6k-1$ est 17. Quelle est la valeur du nombre réel k ?

A) 4

B) 6

C) 8

D)9

Correction détaillée

Question 29

Des appartements sont à louer dans une certaine zone géographique. Le tableau suivant donne le nombre d'appartements qui sont à louer pour un loyer donné, exprimé en euros.

Loyer	Nombre d'appartements
400	2
500	3
600	5
700	1
800	5

Quel est le loyer moyen d'un appartement dans cette zone géographique ?

A) 575 euros
B) 600 euros
C) 625 euros
D) 650 euros

Correction détaillée

CORRECTIONS DÉTAILLÉES

Correction Question 1

$\frac{a}{b} = 1/2$ et $\frac{c}{a} = \frac{4}{3}$ $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{a} = \frac{c}{b} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

La bonne réponse est la réponse C

Retour énoncé

Correction Question 2

$$\frac{(2b)^{-1} - 2^{-1}b}{b^{-1} + 1^{-1}} = \frac{\frac{1}{2b} - \frac{b}{2}}{\frac{1}{b} + 1} = \frac{\frac{1}{2b} - \frac{b^2}{2b}}{\frac{1}{b} + \frac{b}{b}} = \frac{\frac{1 - b^2}{2b}}{\frac{1 + b}{b}} = \frac{\frac{1 - b^2}{2}}{1 + b} = \frac{1 - b^2}{2\,(1 + b)} = \frac{(1 - b)(1 + b)}{2\,(1 + b)}$$

$$= \frac{1 - b}{2}$$

La bonne réponse est la réponse A

Retour énoncé

Correction Question 3

$$0{,}0009 \times 10^{-2} = 9 \times 10^{-4} \times 10^{-2} = 9 \times 10^{-6}$$

Et $\sqrt{9 \times 10^{-6}} = 3 \times 10^{-3} = 0{,}003$

La bonne réponse est la réponse C

Retour énoncé

Correction Question 4

Appelons x, le prix du téléphone SANS TVA, alors $x \cdot 1{,}21 = 80 \quad \Leftrightarrow x \cdot \frac{121}{100} = 80$

$$\Rightarrow \boldsymbol{x = 80 \cdot \frac{100}{121}}$$

La bonne réponse est la réponse C

Retour énoncé

Correction Question 5

Soit x, le prix de base de l'article avant toute réduction.
Après la première réduction, le prix devient $\left(1-\frac{30}{100}\right)\cdot x = 0{,}7\,x$
Après la deuxième réduction, **le prix** devient $\left(1-\frac{20}{100}\right)\cdot 0{,}7\,x = 0{,}8 \times 0{,}7\,x = \mathbf{0{,}56\,x}$
La **RÉDUCTION** totale est donc $(1-0{,}56) = 44\%$

La bonne réponse est la réponse A

Retour énoncé

Correction Question 6

Puisque $\pi x + 1 = 8$, alors $\pi x = 7$, donc $2\pi x = 14$ et $2\pi x + 1 = \mathbf{15}$

La bonne réponse est la réponse B

Retour énoncé

Correction Question 7

$$x^2 - 5632\,x + 1133407 = 0$$

Au vu des coefficients et au vu des réponses, vous devez vous douter très vite qu'il y a une 'astuce' et bien sûr aucun calcul à effectuer, d'autant que vous n'avez pas de calculatrice aux épreuves…
En toute généralité, une équation du second degré $ax^2 + bx + c$ peut se mettre sous la forme $a(x-r_1)(x-r_2) = 0$ où $r_1$et r_2 sont les 2 racines si elles existent.
Le coefficient de x^2 étant 1, on déduit que $a = 1.$ D'autre part, les propositions vous indiquent que 209 est une des 2 racines. On a donc :

$$x^2 - 5632\,x + 1133407 = 0 \iff (x-209)(x-r_2) = 0$$

Par simple identification : $(-209)(-r_2) = 1133407 \iff 209 \cdot r_2 = 113340\mathbf{7}$.
r_2 est donc obligatoirement positif, ce qui élimine les réponses A et B …
Ensuite, au vu des réponses, il faut aussi obligatoirement que $209 \cdot r_2$ se termine par un '**7**'. C'est impossible avec $r_2 = 5422$ (qui entrainerait un '8' comme dernier chiffre). Par contre, c'est parfaitement possible avec 5423 puisque 209 multiplié par un nombre qui se termine par 3 donnera forcément un nombre qui se termine par 7 …
Par déduction, les deux solutions recherchées sont $\{209\ ,\ 5423\}$

La bonne réponse est la réponse D

Retour énoncé

Correction Question 8

$$(x-1)(x^5-23x^4-12x^3)+x=x$$

On soustrait x à gauche et à droite : $(x-1)(x^5-23x^4-12x^3)=0$

On met x^3 en évidence : $(x-1)x^3(x^2-23x-12)=0$

On calcule le signe du discriminant de $x^2-23x-12$ pour savoir si $x^2-23x-12$ possède 1 ou 2 ou pas de racine.

$$\Delta=\sqrt{(23)^2-4(1)(-12)}=\sqrt{(23)^2+48}$$

Et même pas besoin de le calculer ! On voit que Δ est positif, ce qui suffit à conclure que $x^2-23x-12$ possède deux racines distinctes !

Donc :

- $x-1$ admet **une** racine distincte (qui est 1, bien sûr)
- x^3 admet **une** racine distincte (qui est 0, bien sûr)
- $x^2-23x-12$ admet **deux** racines distinctes (qu'il n'est pas nécessaire de calculer !)

Donc, au final, $(x-1)(x^5-23x^4-12x^3)+x=x$ admet **4 racines distinctes**.

La bonne réponse est la réponse D

Retour énoncé

Correction Question 9

$$\begin{cases}2x+3y=1 & (1)\\ 4x-y=9 & (2)\end{cases}$$

Multiplions (1) par -2 : $\begin{cases}-4x-6y=-2 & (1')\\ 4x-y=9 & (2')\end{cases}$

Additionnons membre à membre (1') et (2') : $-6y-y=7 \iff -7y=7 \Rightarrow \boldsymbol{y=-1}$

On injecte $y=-1$ dans (1) : $2x+(3\cdot(-1))=1 \iff 2x-3=1 \iff 2x=4 \Rightarrow \boldsymbol{x=2}$

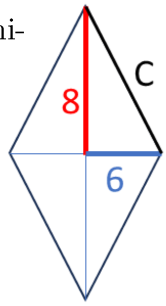
Donc, $x-2y=2-2(-1)=4$

La bonne réponse est la réponse C

Retour énoncé

Correction Question 10

Les longueurs des diagonales étant 12 cm et 16 cm, les longueurs des demi-diagonales sont 6 cm et 8 cm. On représente cela sur un dessin.



Dès lors, on trouve la longueur d'un côté en appliquant simplement le théorème de Pythagore : $C^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$

$$\Rightarrow C^2 = 100 \quad \Rightarrow \boldsymbol{C = 10}$$

La bonne réponse est la réponse B

Retour énoncé

Correction Question 11

On a $A(1,1)$ et $B(3,2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (3-1\,,2-1) = (2,1)$.

Sa norme est $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{(2)^2 + (1)^2} = \sqrt{5}$

Et donc, $\|\vec{u}\| = 3\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = 3\sqrt{5}$

La bonne réponse est la réponse B

Retour énoncé

Correction Question 12

$$d \equiv 3x + 4y = 2 \iff 4y = -3x + 2 \iff y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$$

La pente (qui n'est autre que le coefficient de $'x'$) vaut $-\frac{3}{4}$.

Toute **droite parallèle** à d a donc la **même pente** et est de la forme :

$$f \equiv y = -\frac{3}{4}x + b.$$

De plus, on nous dit que cette droite f passe par l'origine, donc $b = 0$ et

$$f \equiv y = -\frac{3}{4}x.$$

Pour trouver le point d'intersection entre e et f, il suffit d'injecter $y = -\frac{3}{4}x$ dans l'équation de la droite e (en fait, il s'agit de résoudre un système de 2 équations à 2 inconnues, mais simplifié …).

$e \equiv 2x - y = 3$ devient $2x - \left(-\frac{3}{4}\right)x = 3 \iff 2x + \frac{3}{4}x = 3 \iff \frac{11}{4}x = 3 \Rightarrow \boldsymbol{x = \frac{12}{11}}$

On peut s'arrêter là puisqu'on vient bien de calculer l'abscisse du point d'intersection des droites e et f !

La bonne réponse est la réponse B

Retour énoncé

Correction Question 13

Réécrivons $d \equiv 3x + 2y = 6$ sous la forme $y = ax + b$.

$$3x + 2y = 6 \Leftrightarrow 2y = -3x + 6 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{2}x + 3$$

On déduit la pente de la droite d : $m = -\frac{3}{2}$ (c'est le coefficient du terme en 'x').

La pente perpendiculaire est donc $m' = \frac{2}{3}$ (rappel : si m est la pente d'une droite, la pente perpendiculaire m' est donnée par $mm' = -1$, soit : $m' = -\frac{1}{m}$).

La droite d' est donc de la forme : $y = \frac{2}{3}x + b$. Or, elle passe par $(1,1)$.

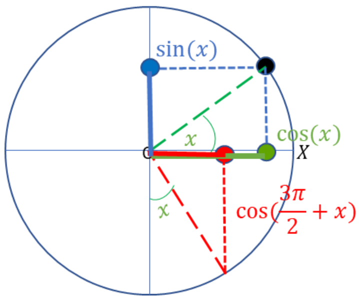
Donc quand $x = 1\ ,\ y = 1 \Rightarrow 1 = \frac{2}{3} \cdot 1 + b \Rightarrow b = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

Donc, $\boldsymbol{d'} \equiv y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3y = 2x + 1 \Leftrightarrow \boldsymbol{3y - 2x = 1}$

La bonne réponse est la réponse D

Retour énoncé

Correction Question 14



Je vous encourage très fortement à ne surtout pas retenir par cœur les formules mais plutôt à visualiser le cercle trigonométrique.

Prenons un angle x quelconque. Projetons son rayon sur l'axe des X pour en obtenir le cosinus (en vert) et sur l'axe Y pour en obtenir le sinus (en bleu).

Partant de 0°, tournons de $\frac{3\pi}{2}$, soit 270° et rajoutons l'angle x pour finalement obtenir l'angle $\frac{3\pi}{2} + x$.

Projetons sur l'axe des X pour en obtenir le cosinus (en rouge). On voit immédiatement que $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ correspond, en grandeur et en signe au sinus de l'angle x.

Donc … $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin(x)$

La bonne réponse est la réponse D

Retour énoncé

Correction Question 15

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ et $\cos(x) = 0{,}7$. Que vaut $\sin(x)$?

On utilise le fait que : $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \Rightarrow \sin(x) = \sqrt{1 - \cos^2(x)}$

Ici, $\mathbf{\sin(x)} = \sqrt{1 - \cos^2(x)} = \sqrt{1 - 0{,}7^2} = \sqrt{1 - 0{,}49} = \sqrt{\mathbf{0,51}}$

La bonne réponse est la réponse C

Retour énoncé

Correction Question 16

Vous devez savoir que lorsqu'on fait un tour du cercle trigonométrique, soit 2π (càd 360°), cela ne change rien et on « repart à zéro ».

$$\cos\left(\frac{10\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{6\pi}{3} + \frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(2\pi + \frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(4\frac{\pi}{3}\right).$$

Donc $\cos\left(\frac{10\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

Où on a utilisé la propriété $\cos(\pi + \alpha) = -\cos(\alpha)$

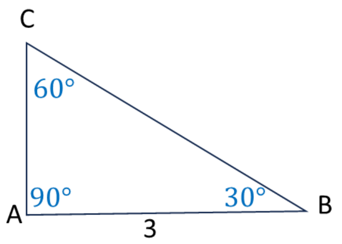
La bonne réponse est la réponse B

Retour énoncé

Correction Question 17

On commence toujours par une figure !

Puisque le triangle est rectangle en A (90°) et que $\widehat{ACB} = 60°$, on déduit que $\widehat{ACB} = 30°$ (afin que la somme des angles fasse 180°).



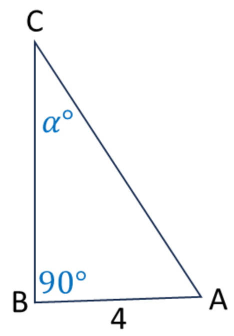
On a alors : $\frac{AC}{AB} = \tan(30°) = \frac{\sin(30°)}{\cos(30°)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

D'où, $\frac{AC}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \boldsymbol{AC} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

La bonne réponse est la réponse B

Retour énoncé

Correction Question 18



Rassemblons les données sur une figure :

L'aire d'un triangle est donnée par : $\mathcal{A} = \frac{base \times hauteur}{2}$.

Ici : $8\sqrt{3} = \frac{AB \times BC}{2} = 4\frac{BC}{2} = 2\,BC \ \Rightarrow \boldsymbol{BC = 4\sqrt{3}}$

D'autre part :

- $AC\cos\,(\alpha) = BC = 4\sqrt{3} \ \overset{\wedge 2}{\Leftrightarrow} \ AC^2\cos^2(\alpha) = 48$ (1)
- $AC\sin\,(\alpha) = AB = 4 \ \overset{\wedge 2}{\Leftrightarrow} \ AC^2\sin^2(\alpha) = 16$ (2)

Additionnons membre à membre (1) et (2) :

$$AC^2\cos^2(\alpha) + AC^2\sin^2(\alpha) = 48 + 16 \Leftrightarrow AC^2\,(\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha)) = 64$$
$$\Leftrightarrow AC^2 = 64 \ \Leftrightarrow AC = 8$$

Or $AC\sin(\alpha) = 4 \ \Rightarrow 8\sin(\alpha) = 4 \ \Rightarrow \sin(\alpha) = \frac{1}{2} \ \Rightarrow \ \alpha = \boldsymbol{\widehat{ACB} = 30°}$

La bonne réponse est la réponse A

[Retour énoncé]

Correction Question 19

Puisque f est une fonction du premier degré, elle est de la forme $y = ax + b$.

$f(3) = 3 \ \Leftrightarrow 3 = 3a + b$ (1)

$f(6) = 2 \Leftrightarrow 2 = 6a + b$ (2)

Effectuons (1)-(2) membre à membre : $1 = -3a \ \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$

Injectons $a = -\frac{1}{3}$ dans (1) : $3 = 3\left(-\frac{1}{3}\right) + b \ \Leftrightarrow 3 = -1 + b \ \Leftrightarrow b = 4$

Donc $f \equiv y = -\frac{1}{3}\,x + 4$

Et donc $f(10) = \ -\frac{1}{3}(10) + 4 = \ -\frac{10}{3} + 4 = -\frac{10}{3} + \frac{12}{3} = \frac{2}{3}$

La bonne réponse est la réponse B

[Retour énoncé]

Correction Question 20

Attention, le piège, ici, est bien sûr que $m < 1$ ...
Or si $m < 1 \Rightarrow m \cdot m < 1 \cdot m \Leftrightarrow \boldsymbol{m^2 < m}$
D'autre part, supposons un instant que, pour $0 < m < 1$, on ait : $\sqrt{m} < m$,
alors $m < m^2$ ce qui contredit ce qu'on a trouvé la ligne au-dessus ! Donc, $m < \sqrt{m}$.
Et donc au final : $m^2 < m < \sqrt{m}$

La bonne réponse est la réponse D

Retour énoncé

Correction Question 21

Rappelons la définition d'une fonction paire : $f(x)$ est paire si $f(x) = f(-x)$. Dit plus simplement, $f(x)$ est paire si la fonction a une symétrie miroir par rapport à l'axe OY.
Les réponses A, et D sont éliminées d'office car $\sqrt{x}$ n'est même pas définie sur les $x < 0$.
La réponse B est aussi bien sûr éliminée : $\sqrt{4+x} \neq \sqrt{4-x}$
Reste la réponse C qui est la bonne ! Car $f(x) = 4$, comme n'importe quelle fonction constante est bien sûr symétrique par rapport à l'axe OY !

La bonne réponse est la réponse C

Retour énoncé

Correction Question 22

Proposition A ?: $g(x) = \ln(e^x - 1)$? Non, on ne peut rien faire avec $\ln(e^x - 1)$ ...

Proposition B ? : $g(x) = e^{\ln(x)-1}$? $e^{\ln(x)-1} = e^{\ln(x)} \cdot e^{-1} = \frac{x}{e}$. Non ...

Proposition D ? : $g(x) = \ln(e^x) - \ln(1)$? $\ln(e^x) - \ln(1) = x - 0 = x$; Non ...

Proposition C ? : $g(x) = e^{\ln(x)} - 1$? $e^{\ln(x)} - 1 = x - 1$. OUI !

La bonne réponse est la réponse C

Retour énoncé

Correction Question 23

$$g(x) = x + f(x^2)$$

$f(x^2)$ est une fonction composée, càd de la forme $f(u(x))$, dont la dérivée est donnée par $[f(u(x))]' = u'(x) \cdot f'(u(x))$
Donc, $g'(x) = [x + f(x^2)]' = x' + f'(x^2) = 1 + 2x\, f'(x^2)$
Et en $x = 0$, $g'(0) = 1 + 0 \cdot f'(0) = 1$

La bonne réponse est la réponse B

Retour énoncé

Correction Question 24

$$f(t) = t^2 e^{2t}$$

Il s'agit de dériver un produit de fonction : $(fg)' = f'g + fg'$
Ici : $(t^2 e^{2t})' = (t^2)' \cdot e^{2t} + t^2 \cdot (e^{2t}) = 2t\, e^{2t} + t^2 \cdot 2e^{2t} = 2t\, e^{2t}\,(1 + t)$

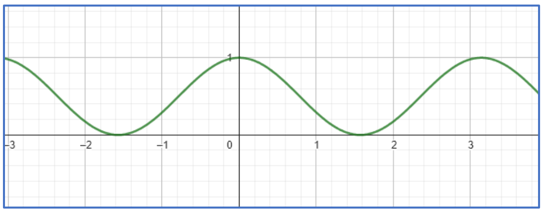
La bonne réponse est la réponse B

Retour énoncé

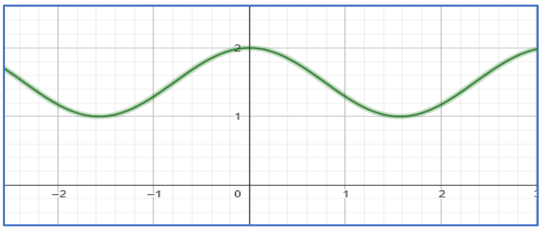
Correction Question 25

$$f'(x) = 1 + \cos^2(x)$$

La fonction $\cos^2(x)$ est toujours ≥ 0 . Pour rappel, voici à quoi elle ressemble :



Donc, $1 + \cos^2(x)$ est TOUJOURS **strictement positive** (> 0)



Dès lors, si $f'(x) > 0$ sur son domaine, alors $f(x)$ est CROISSANTE sur ce même domaine !

La bonne réponse est la réponse A

Retour énoncé

Correction Question 26

$$\int_{-1}^{1}(x^2+x)dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1} + \left[\frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{1} = \left(\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{3}\right)\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right) = \mathbf{\frac{2}{3}}$$

La bonne réponse est la réponse A

Retour énoncé

Correction Question 27

$$\int (2x-1)^2\,dx$$

Ici, je ne vous conseille pas de développer le polynôme (ce qui, il est vrai, donnerais un simple calcul) car au vu des réponses, vous devrez à la fin reconstituer un cube parfait … Il vaut mieux remarquer que :

$$\int (2x-1)^2\,dx = \frac{1}{2}\int 2\,(2x-1)^2\,dx$$

En introduisant 'artificiellement' le facteur '2' (compensé par le « $\frac{1}{2}$ »), on voit alors que ce '2' est la dérivée de $(2x-1)$. Ce qui permet d'appliquer

$$\int f'(x)f^n(x)\,dx = \frac{f^{n+1}(x)}{n+1}$$

On a donc :

$$\int (2x-1)^2\,dx = \frac{1}{2}\int 2\,(2x-1)^2\,dx = \frac{1}{2}\frac{(2x-1)^3}{3} = \frac{1}{6}(2x-1)^3$$

La bonne réponse est la réponse C

Retour énoncé

Correction Question 28

La moyenne arithmétique des 4 nombres $k, 2k-5, 3k+2$ et $6k-1$ est 17. Quelle est la valeur du nombre réel k ?

Le calcul de la moyenne est :

$$\frac{k+2k-5+3k+2+6k-1}{4}=17 \Leftrightarrow \frac{12k-4}{4}=17 \Leftrightarrow 12k-4=68$$
$$\Leftrightarrow 12k=72 \quad \Rightarrow \boldsymbol{k=6}$$

La bonne réponse est la réponse B

Retour énoncé

Correction Question 29

Loyer	Nombre d'appartements
400	2
500	3
600	5
700	1
800	5

Il suffit d'effectuer une simple moyenne arithmétique …

$$\bar{x}=\frac{(400)(2)+(500)(3)+(600)(5)+(700)(1)+(800)(5)}{2+3+5+1+5}$$
$$=\frac{800+1500+3000+700+4000}{16}=\frac{10000}{16}=\mathbf{625\ €}$$

La bonne réponse est la réponse C

Retour énoncé

______________________________**FIN**______________________________