
QUESTIONS
ET CORRIGÉS DÉTAILLÉS
DU CONCOURS DE MATHS
POUR L'ENTRÉE EN ÉCOLE DE
MÉDECINE / DENTISTERIE

Belgique – **Août 2021**

Corrections rédigées par Laurent HARDY ©

Diffusion libre / merci de citer la source en échange de la gratuité et du travail effectué !

Utilisation commerciale interdite

Question 1

Parmi les quatre expressions mathématiques ci-dessous, laquelle est égale à $\sqrt{64x^4 + 1 + 16x^2}$ pour x réel ?

- A) $\sqrt{81x^2}$
- B) $x\sqrt{64x^2 + 17}$
- C) $8x^2 + 1$
- D) $8x^2 + 1 + 4x$

[Correction détaillée](#)

Question 2

On considère la fonction f définie explicitement par

$$f(x) = \ln(2e^x + 1 + e^{2x})$$

où x est une variable réelle.

Laquelle des expressions suivantes définit également la fonction f ?

- A) $(1 + e^x) \ln(2)$
- B) $\ln^2(1 + e^x)$
- C) $2x$
- D) $2[x + \ln(e^{-x} + 1)]$

[Correction détaillée](#)

Question 3

Considérons un triangle ABC pour lequel les côtés $[A, B]$ et $[B, C]$ ont la même longueur

et où $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Que vaut l'amplitude de $\widehat{ACB}$?

- A) 30°
- B) 60°
- C) 70°
- D) 75°

[Correction détaillée](#)

Question 4

Dans un repère cartésien orthonormé Oxy , considérons la droite d_1 d'équation $y = 2x - 1$ et la droite d_2 perpendiculaire à d_1 et la coupant au point de coordonnées $(5; 9)$.

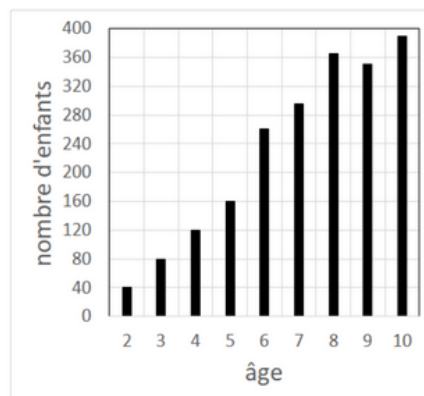
Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de d_2 avec l'axe Oy ?

- A) $19/2$
- B) $21/2$
- C) $23/2$
- D) $25/2$

[Correction détaillée](#)

Question 5

Le diagramme en bâtons ci-dessous correspond au nombre d'enfants, dans l'ensemble des différentes écoles d'une grande commune, infectés par la COVID-19 durant les 10 derniers mois, en fonction de l'âge des enfants (en années).



Quel est le nombre d'enfants infectés dans les écoles maternelles (ce sont les enfants qui ont de 2 à 5 ans) ?

- A) 30
- B) 170
- C) 260
- D) 400

[Correction détaillée](#)

Question 6

On considère le nombre entier n .

Que vaut l'expression $3^{n+1} + 3^{n-2} - \frac{1}{3^{1-n}}$?

- A) $3^{n-2} 25$
- B) 3^{n-1}
- C) $3^{n-1} 25$
- D) 3^{2n-1}

Correction détaillée

Question 7

Une start-up débutante a fait une modélisation mathématique de l'évolution de son bénéfice net $B(t)$ en fonction du temps. Cette modélisation donne également accès à la dérivée première $B'(t)$ et la dérivée seconde $B''(t)$ du bénéfice.

Un an après son démarrage ($t = 1$), les résultats et conclusions vont être exposés aux investisseurs.

Chacune des propositions suivantes présente un résultat mathématique et une conclusion à présenter aux investisseurs.

Sans préjuger des résultats exacts de cette start-up, une seule conclusion est possible, laquelle ?

- A) $B(1) > 0$ et la start-up est rentable
- B) $B'(1) < 0$ et la start-up n'est pas rentable
- C) $B'(1) > 0$, la start-up est rentable et le bénéfice croissant
- D) $B''(1) > 0$, la start-up est rentable et le bénéfice croissant et le bénéfice en croissance exponentielle

Correction détaillée

Question 8

On considère un angle α tel que $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$ et $\cos(\alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Que vaut $\sin(2\alpha)$?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

- B) $-\frac{1}{2}$
 C) $\frac{1}{2}$
 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Correction détaillée

Question 9

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(OX; OY)$, on considère les points $A(2; 2)$, $B(4; 1)$, $C(5; -2)$. Soit d_1 la droite comprenant les points A et B et d_2 la droite comprenant le point C et perpendiculaire à d_1 .

Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de d_1 et d_2 ?

- A) $(0; 6)$
 B) $(5; 1)$
 C) $(6; -1)$
 D) $(6; 0)$

Correction détaillée

Question 10

Les pays A et B ont, ensemble, vacciné 20 millions de personnes au total. S'il avait vacciné 4 millions de personnes de plus, le pays B aurait vacciné trois fois le nombre de personnes vaccinées par le pays A .

Combien de personnes le pays B a-t-il vaccinées ?

- A) 4 millions
 B) 6 millions
 C) 8 millions
 D) 14 millions

Correction détaillée

Question 11

On considère l'expression suivante :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 - x^2}{x(2x - 1)}$$

Que vaut cette limite ?

- A) -2
- B) $-1/2$
- C) $1/2$
- D) 2

Correction détaillée

Question 12

Dans une grande chaîne de magasins d'habillement, il y a une opération de déstockage : -50% sur les prix «rouges», ces prix «rouges» étant déjà 30% moins cher que le prix initial.

À quelle réduction sur le prix initial correspondent les prix de ce déstockage ?

- A) 45%
- B) 65%
- C) 80%
- D) 82.5%

Correction détaillée

Question 13

Dans un repère orthonormé, on considère l'aire A de la région comprise entre l'axe Ox , les deux droites verticales définies par les équations $x = 1$ et $x = e^2$ et le graphe de la fonction $f(x) = 2/x$.

Que vaut cette aire A ?

- A) 4
- B) 6
- C) 8
- D) 10

Correction détaillée

Question 14

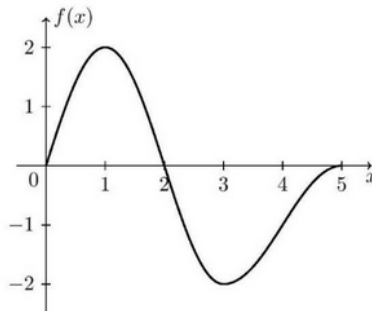
Un citoyen veut constituer un stock de gel hydroalcoolique. Sur un premier site internet, il constate que l'on vend le nombre de bouteilles qu'il souhaite pour un total de 80 euros. Sur un second site, on vend un lot de bouteilles pour 90 euros. Dans ce lot, il y a 10 bouteilles en plus que dans le lot du premier site. Le prix par bouteille sur le second site est inférieur de 1 euro par rapport à celui sur le premier site.

Quel est le prix d'une bouteille de gel hydroalcoolique sur le premier site ?

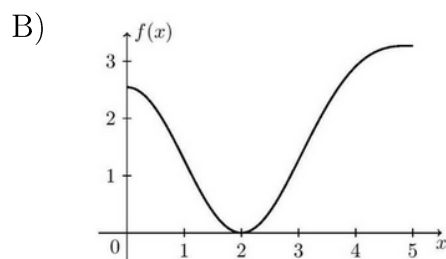
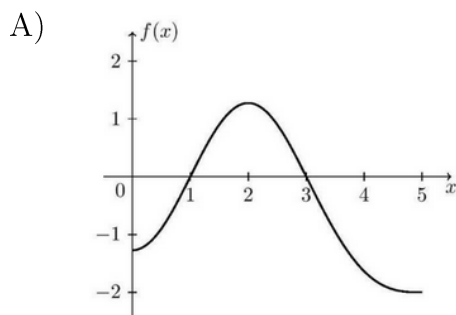
- A) 2 euros
- B) 4 euros
- C) 6 euros
- D) 8 euros

[Correction détaillée](#)**Question 15**

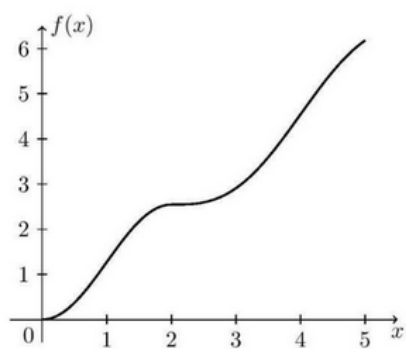
On considère la fonction réelle f définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$ dont le graphique est le suivant :



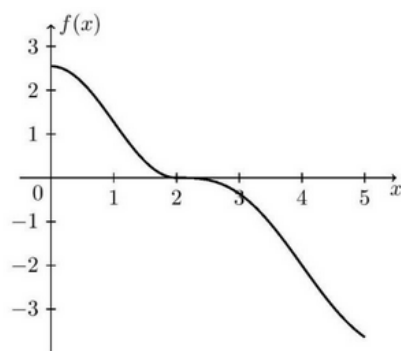
Lequel des graphiques ci-dessous correspond à une primitive de f ?



C)



D)



Correction détaillée

CORRECTIONS DÉTAILLÉES

Correction Question 1

$$\sqrt{64x^4 + 1 + 16x^2}$$

Dans ce genre de question, dès lors que vous voyez des nombres tels que **64, 16, 1** ou des x^2, x^4 , pensez immédiatement à trouver un carré parfait de la forme :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

La première chose à faire est de réécrire l'expression en fonction des puissances décroissantes : $\sqrt{64x^4 + 1 + 16x^2} = \sqrt{64x^4 + 16x^2 + 1}$

Si le carré parfait ne vous saute pas immédiatement aux yeux, partez de la plus grande puissance, ici : $64x^4$. La racine carrée est $8x^2$. On a donc forcément quelque chose de la forme $(8x^2 + \dots)^2 = 64x^4 + 16x^2 + 1$.

Et là ... cela devrait quand même vous sautez aux yeux que pour avoir $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \Leftrightarrow (8x^2 + \dots)^2 = 64x^4 + 16x^2 + \mathbf{1}$, il manque simplement 1 !

Donc, $64x^4 + 16x^2 + 1 = (8x^2 + 1)^2$ et $\sqrt{64x^4 + 1 + 16x^2} = \sqrt{(8x^2 + 1)^2} = 8x^2 + 1$

La bonne réponse est la réponse C

[Retour énoncé](#)

Correction Question 2

$$f(x) = \ln(2e^x + 1 + e^{2x})$$

Il n'existe pas de formule du type $\ln(a + b) = \dots$

Dès lors, le réflexe est de trouver comment réarranger intelligemment les termes $2e^x + 1 + e^{2x}$!

Comme toujours, pour y voir plus clair, je vous conseille de réécrire l'expression en fonction des puissances décroissantes : $2e^x + 1 + e^{2x} = e^{2x} + 2e^x + 1 = e^{x^2} + 2e^2 + 1$ où on a utilisé la propriété $e^{a^b} = e^{ab}$.

Or $e^{x^2} + 2e^2 + 1$ est de la forme $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$.

Ici : $e^{x^2} + 2e^2 + 1 = (e^x + 1)^2 \Rightarrow \ln(2e^x + 1 + e^{2x}) = \ln(e^x + 1)^2 = 2\ln(e^x + 1)$

où on a utilisé la propriété $\ln(a^b) = b \ln a$.

Dans la réalité, on s'arrêterait à ce stade car la réponse est suffisamment simplifiée mais elle ne correspond à aucune proposition ...

Le facteur 2 laisse à penser que la proposition D serait à priori la bonne ...

De fait :

$$2\ln(e^x + 1) = 2\ln(e^x(1 + e^{-x})) = 2[\ln(e^x) + \ln(1 + e^{-x})] = 2[x + \ln(1 + e^{-x})]$$

où on a utilisé $\ln(ab) = \ln a + \ln b$

La bonne réponse est la réponse D

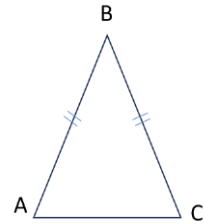
[Retour énoncé](#)

Correction Question 3

On commence bien sûr par un dessin résumant les données.

On donne $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, cela implique que $\widehat{ABC} = 30^\circ$.

Or la somme des angles d'un triangle vaut 180° , donc la somme des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACB}$ vaut $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.



De plus, AB et BC ont mêmes longueurs, ABC est donc un triangle isocèle. Or dans tout triangle isocèle, les deux angles de la base opposée au sommet ont même amplitude. Donc, $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACB}$ valent chacun $150^\circ/2 = 75^\circ$!

La bonne réponse est la réponse D

[Retour énoncé](#)

Correction Question 4

La droite d_1 ayant pour équation $y = 2x - 1$, sa pente m vaut 2 (le coefficient de x). Et le pente perpendiculaire vaut $m' = -\frac{1}{2}$ (car $mm' = -1$).

d_2 a donc pour équation $y = -\frac{1}{2}x + b$

Sachant qu'elle passe par $(5; 9)$, on sait que $y = 9$ quand $x = 5$, donc $9 = -\frac{1}{2}5 + b$.

$$\Rightarrow b = 9 + \frac{5}{2} = \frac{23}{2}$$

Donc $d_2 \equiv y = -\frac{1}{2}x + \frac{23}{2}$

L'axe Oy ayant pour équation $x = 0$, il suffit de calculer ce que vaut y lorsque $x = 0$!

$$y = \frac{23}{2}$$

La bonne réponse est la réponse C

[Retour énoncé](#)

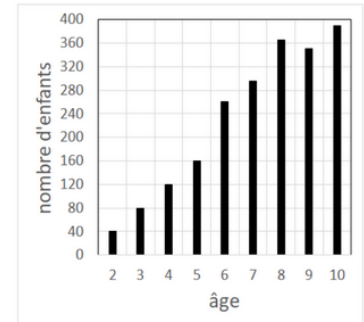
Correction Question 5

Il suffit d'additionner le nombre d'enfants pour les barres de 2 à 5 ans inclus, soit :

$$40 + 80 + 120 + 160 = 400 \text{ enfants.}$$

La bonne réponse est la réponse D

[Retour énoncé](#)



Correction Question 6

$$\text{Or } \frac{1}{3^{1-n}} = 3^{n-1} \Rightarrow 3^{n+1} + 3^{n-2} - \frac{1}{3^{1-n}} = 3^{n+1} + 3^{n-2} - 3^{n-1}$$

Au vu des réponses proposées, tentons de mettre 3^{n-1} en évidence :

$$3^{n+1} + 3^{n-2} - 3^{n-1} = 3^{n-1}(3^2 + 3^{-1} - 1) = \frac{25}{3} 3^{n-1} \text{ qui n'est pas proposé dans les réponses...}$$

Tentons alors 3^{n-2} en évidence :

$$3^{n+1} + 3^{n-2} - 3^{n-1} = 3^{n-2}(3^3 + 1 - 3^1) = 25 3^{n-2}$$

La bonne réponse est la réponse A

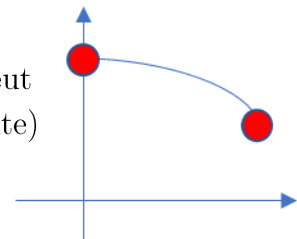
[Retour énoncé](#)

Correction Question 7

Pourquoi pas la réponse B ?

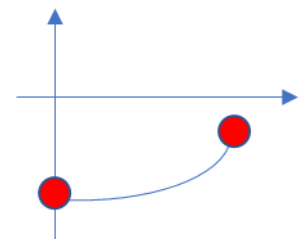
Car l'exemple ci-contre montre que la pente du bénéfice à 1 an peut être négative (ce qui signifie en effet que les bénéfices sont en chute)

MAIS l'entreprise reste rentable malgré tout puisque le bénéfice est **positif** !



Pourquoi pas la réponse C ?

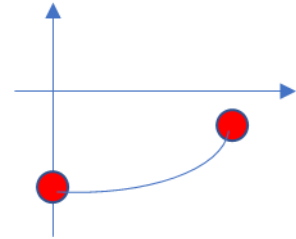
Car l'exemple ci-contre montre que la pente du bénéfice à 1 an peut être positive (ce qui signifie en effet que les bénéfices sont croissants) MAIS l'entreprise n'est à ce stade, pas rentable puisque le bénéfice est **malgré tout négatif** !



Pourquoi pas la réponse D ?

Car l'exemple ci-contre montre que la forme du bénéfice est bien convexe ($g''(1) > 0$) MAIS l'entreprise n'est à ce stade, pas rentable puisque le bénéfice est **malgré tout négatif** !

De plus, la convexité n'a aucun rapport avec une exponentielle !



Reste donc la réponse A qui est simple et qui est la bonne : quelles que soient les pentes, la convexité ou concavité, tant que le bénéfice $B(1)$ est positif, cela signifie simplement que l'entreprise reste rentable !

La bonne réponse est la réponse A

[Retour énoncé](#)

Correction Question 8

Puisque α est tel que $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$ et $\cos(\alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, α vaut forcément $\frac{5\pi}{6}$, soit 150° .

Si vous avez du mal à visualiser, demandez-vous quel est l'angle tel que $\cos(\beta) = +\frac{\sqrt{3}}{2}$?

Il s'agit de $\beta = 30^\circ$, soit $\frac{\pi}{6}$. Donc, l'angle α tel que $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$ et $\cos(\alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ est opposé et symétrique à l'axe OY , soit encore $\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$.

De ce fait, 2α vaut $\frac{10\pi}{6}$, soit $10 \times \frac{\pi}{6} = 10 \times 30^\circ = 300^\circ$, soit $\frac{3\pi}{2} + 30^\circ$ (pour vous aider à visualiser si vous avez du mal...). Il est donc le $IV^{ème}$ quadrant et son sinus vaut $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\sin(2\alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

La bonne réponse est la réponse A

[Retour énoncé](#)

Correction Question 9

d_1 est de la forme $y = ax + b$ et passe par $A(2 ; 2)$ et $B(4 ; 1)$.

Donc : $2 = 2a + b$ (1) et $1 = 4a + b$ (2)

Multiplions (1) par -1. Il vient (1') $-2 = -2a - b$ et (2) $1 = 4a + b$.

Additionnons (1') et (2) : $-1 = 2a \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ qu'on réinjecte dans (1) pour obtenir :

$$2 = 2\left(-\frac{1}{2}\right) + b \Leftrightarrow 2 = -1 + b \Leftrightarrow b = 3$$

Donc, $d_1 \equiv y = -\frac{1}{2}x + 3$

Donc, la pente de d_1 vaut $m = -\frac{1}{2}$ et lors, la pente perpendiculaire vaut $m' = 2$ (je rappelle que si m est une pente, la pente perpendiculaire m' est donnée par $mm' = -1$)

La droite d_2 est donc de la forme $d_2 \equiv y = 2x + b$ (car la pente est le coefficient de x). Comme d_2 passe par $C(5; -2)$, on a : $-2 = 2(5) + b \Leftrightarrow b = -12$.

Donc, $d_2 \equiv y = 2x - 12$

Le point d'intersection a pour particularité d'avoir le même x et le même y pour les 2 droites. Égalons d'abord les ' y ' : $-\frac{1}{2}x + 3 = 2x - 12 \Leftrightarrow 15 = \frac{5}{2}x \Rightarrow x = 6$.

Remplaçons $x = 6$ dans une droite au choix, disons $d_2 : y = 2(6) - 12 = 0$

Le point d'intersection a donc pour coordonnées $(6; 0)$

La bonne réponse est la réponse D

[Retour énoncé](#)

Correction Question 10

« Les pays A et B ont, ensemble, vacciné 20 millions de personnes au total » se traduit par $x_A + x_B = 20M$ où bien sûr, x_A et x_B sont les nombres de personnes vaccinées dans chacun des pays respectifs.

« S'il avait vacciné 4 millions de personnes de plus, le pays B aurait vacciné trois fois le nombre de personnes vaccinées par le pays A . » se traduit par : $x_B + 4M = 3x_A$.

C'est donc un simple système à résoudre :

$$\begin{cases} x_A + x_B = 20M & (1) \\ x_B + 4M = 3x_A & (2) \end{cases}$$

On injecte (2) dans (1) $\Rightarrow x_A + 3x_A - 4M = 20M \Leftrightarrow 4x_A = 24M \Rightarrow x_A = 6M$

D'où, $x_B = 14 \text{ Millions}$

La bonne réponse est la réponse D

[Retour énoncé](#)

Correction Question 11

On réordonne $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4-x^2}{x(2x-1)}$ dans l'ordre des puissances :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4-x^2}{x(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2+4}{2x^2-2x}$$

Si vous connaissez la propriété des limites pour des fractions de même puissance (ce qui me semble nécessaire pour ce concours !), c'est fini ! La réponse vaut $-\frac{1}{2}$!

Sinon ...

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 4}{2x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \left(-1 + \frac{4}{x^2}\right)}{x^2 \left(2 - \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1 + \frac{4}{x^2}}{2 - \frac{2}{x}} = -\frac{1}{2}$$

La bonne réponse est la réponse B

[Retour énoncé](#)

Correction Question 12

Soit x , le prix de base du vêtement, lors du premier déstockage à réduction était de 30%, le prix final était donc $\left(1 - \frac{30}{100}\right)x = \frac{70}{100}x = 70\% x$.

Lors du deuxième déstockage, on applique sur ce prix, une nouvelle réduction de 50 %.

Le nouveau prix final devient donc $\left(1 - \frac{50}{100}\right) \cdot \frac{70}{100}x = \frac{50}{100} \cdot \frac{70}{100}x = \frac{5}{10} \cdot \frac{7}{10}x = \frac{35}{100}x$ soit 35% de x .

La **réduction appliquée** est donc $1 - 35\% = \mathbf{65\%}$

La bonne réponse est la réponse B

[Retour énoncé](#)

Correction Question 13

Il s'agit de calculer

$$\int_1^{e^2} \frac{2}{x} dx$$

La seule chose à connaître ici est que $\int \frac{1}{x} dx = \ln(x)$

$$\int_1^{e^2} \frac{2}{x} dx = 2 \int_1^{e^2} \frac{1}{x} dx = 2 [\ln(x)]_1^{e^2} = 2[\ln(e^2) - \ln(1)] = 2[2\ln(e) - 0] = \mathbf{4}$$

La bonne réponse est la réponse A

[Retour énoncé](#)

Correction Question 14

On prend les phrases une par une, que l'on retranscrit en équation :

- « Sur un premier site internet, il constate que l'on vend le nombre de bouteilles qu'il souhaite pour un total de 80 euros », ce qui devient : $n \cdot x = 80$ où n est le nombre de bouteilles qu'il souhaite et x , le prix par bouteille sur ce premier site.

- « Sur un second site, on vend un lot de bouteilles pour 90 euros. Dans ce lot, il y a 10 bouteilles en plus que dans le lot du premier site » ce qui devient :
 $(n + 10) \cdot y = 90$ où y est le prix par bouteille sur ce deuxième site.
- « Le prix par bouteille sur le second site est inférieur de 1 euro par rapport à celui sur le premier site » ce qui devient : $y = x - 1$

Le problème revient donc à résoudre pour x :

$$\begin{cases} n \cdot x = 80 & (1) \\ (n + 10) \cdot y = 90 & (2) \\ y = x - 1 & (3) \end{cases}$$

On injecte (3) dans (2) :

$$\begin{aligned} (n + 10) \cdot (x - 1) &= 90 \Leftrightarrow nx - n + 10x - 10 = 90 \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} 80 - n + 10x - 10 = 90 \\ \Leftrightarrow 10x - n &= 20 \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} 10x - \left(\frac{80}{x}\right) = 20 \Leftrightarrow 10x^2 - 80 = 20x \Leftrightarrow 10x^2 - 20x - 80 = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \end{aligned}$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-8) = 36 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{2 \pm 6}{2}$$

$\Rightarrow x_1 = 4$; $x_2 = -2$ (à rejeter car le prix ne peut pas être négatif)

La bonne réponse est la réponse B

[Retour énoncé](#)

Correction Question 15

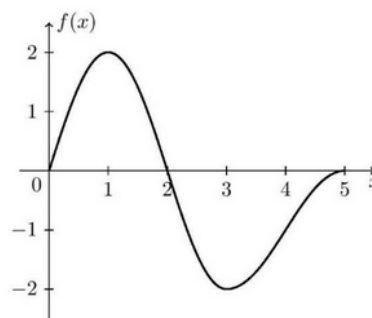
Face à une fonction, nous savons que lorsque sa **pente** est positive, la fonction dérivée à une VALEUR positive, lorsque sa **pente** est négative, la fonction dérivée à une VALEUR négative et lorsque sa **pente** est nulle, la fonction dérivée atteint soit un minimum, soit un maximum (à déterminer avec une étude de signe classique).

Ici, nous devons juste faire le raisonnement inverse :

- Observer la fonction
- Si sa valeur est positive, sa primitive est croissante
- Si sa valeur est négative, sa primitive est décroissante
- Si sa valeur atteint un minimum ou un maximum, sa primitive s'annule !

Dans notre cas, on observe :

- Un maximum en 1, un minimum en 3 $\rightarrow$ la primitive doit s'annuler en 1 et 3 $\rightarrow$ on élimine les réponses B, C et D. **Reste la réponse A !**
- $f(x)$ positive entre 0 et 2 $\rightarrow$ la primitive doit être croissante entre 0 et 2. Cela confirme la réponse A.
- $f(x)$ négative entre 2 et 5 $\rightarrow$ la primitive doit être décroissante entre 2 et 5. Cela confirme la réponse A.



La bonne réponse est la réponse A

[Retour énoncé](#)

FIN
