
QUESTIONS
ET CORRIGÉS DÉTAILLÉS
DU CONCOURS DE MATHS
POUR L'ENTRÉE EN ÉCOLE DE
MÉDECINE / DENTISTERIE

Belgique – **Août 2022**

Corrections rédigées par Laurent HARDY ©

Diffusion libre / merci de citer la source en échange de la gratuité et du travail effectué !

Utilisation commerciale interdite

Question 1

Une culture de cellule, débutée au départ d'une seule cellule, croît selon une loi exponentielle. On souhaite comparer les intervalles de temps correspondant à différentes variations de population. L'intervalle de temps le plus court est celui pour passer de ...

- A) 1 à 2 cellules
- B) 1 à 4 cellules
- C) 1000 à 1500 cellules
- D) 14 000 000 à 20 000 000 de cellules

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Question 2**

Dans le plan muni d'un repère cartésien orthonormé, on considère les points : $A(2; 3)$ $B(7; 6)$ $C(4; 1)$.

Soit d_1 la droite comprenant les points A et B, d_2 la droite comprenant le point C et perpendiculaire à d_1 et enfin d_3 la droite d'équation $y = -2x + 8$.

Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de d_2 et d_3 ?

- A) $(-2; 6)$
- B) $(-1; 5)$
- C) $(1; 6)$
- D) $(1; 7)$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Question 3**

On considère la relation $\sin(\alpha) = -0,8$ où $\pi \leq \alpha < \frac{3\pi}{2}$

Que vaut $\tan(\alpha)$?

- A) $2/3$
- B) $3/4$
- C) $4/3$
- D) $\sqrt{3}$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Question 4**

On considère quatre points P, Q, S et R formant un parallélogramme tel que $\overrightarrow{PQ}$ est parallèle à $\overrightarrow{SR}$ et $\overrightarrow{PS}$ est parallèle à $\overrightarrow{QR}$.

Parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui exprime le vecteur $\overrightarrow{QS} - 2\overrightarrow{PQ}$ comme une combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{PS}$ et $\overrightarrow{PR}$?

- A) $3\overrightarrow{PS} - 4\overrightarrow{PR}$
- B) $4\overrightarrow{PS} - 3\overrightarrow{PR}$
- C) $-3\overrightarrow{PS} + 4\overrightarrow{PR}$
- D) $-4\overrightarrow{PS} + 3\overrightarrow{PR}$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Question 5**

On considère un angle α exprimé en radians, qui vérifie les inégalités $\frac{\pi}{2} \leq \alpha < \pi$ et la relation $\cos^4(\alpha) - \sin^4(\alpha) = \frac{1}{2}$

Que vaut cet angle α (en radians) ?

- A) $\alpha = \frac{\pi}{2}$
- B) $\alpha = \frac{2\pi}{3}$
- C) $\alpha = \frac{3\pi}{4}$
- D) $\alpha = \frac{5\pi}{6}$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Question 6

Vous obtenez un écart-type pour une série de vingt données. Après vérifications, deux de ces données paraissent erronées. On les retire de la série et on recalcule l'écart-type.

Parmi les affirmations suivantes concernant l'écart-type sur les 18 données par rapport à l'ancien écart-type sur les vingt données, laquelle est nécessairement vraie ?

- A) Il va nécessairement diminuer par rapport à l'ancien
- B) Il va nécessairement rester inchangé par rapport à l'ancien
- C) Il va nécessairement augmenter par rapport à l'ancien
- D) Il peut diminuer, augmenter ou rester inchangé par rapport à l'ancien

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Question 7**

On considère les nombres réels positifs a et b tels que $a^2 \geq b$

Parmi les propositions suivantes, laquelle est égale à

$$\sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} + \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

- A) $\sqrt{\frac{a+b}{2}}$
- B) $\sqrt{a - \sqrt{b}}$
- C) $\sqrt{a + \sqrt{b}}$
- D) $\sqrt{\sqrt{a} - b}$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Question 8

On considère la fonction f définie sur l'ensemble $]0; +\infty[$ par l'expression

$$f(x) = \frac{\ln(x) + 1}{x}$$

Parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui correspond à la dérivée f' de f ?

- A) $\frac{x}{x+1}$
- B) $-\frac{1}{x^3}$
- C) $-\frac{\ln(x)}{x^2}$
- D) $-\frac{\ln(x+1)}{x^2}$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Question 9**

Un étudiant a présenté successivement trois examens.

Si au quatrième examen, il obtient une note égale à celle du premier examen, sa moyenne (des quatre examens) vaudra 10; si à ce quatrième examen, il obtient une note égale à celle du deuxième examen, sa moyenne vaudra 12 et enfin s'il obtient une note égale à celle du troisième examen à ce quatrième examen, sa moyenne vaudra 14. Quelles ont été, dans l'ordre chronologique, les notes des trois premiers examens ?

- A) 2, 10 et 26.
- B) 3, 11 et 23
- C) 4, 12 et 20
- D) 5, 9 et 21

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Question 10

Parmi les nombres suivants, lequel est égal à $\sqrt{(1 + \sqrt{5})^2} - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$?

- A) $\sqrt{6\sqrt{5}} - \sqrt{3}$
- B) $\sqrt{6\sqrt{5} - 3}$
- C) $2\sqrt{9} - 3$
- D) $2\sqrt{5} - 1$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Question 11

On considère la parabole obtenue comme le graphe de la fonction f définie explicitement par $f(x) = 36x - 2x^2 - 34$

Parmi les propositions suivantes concernant l'ordonnée et la nature du sommet de cette parabole, laquelle est vraie.

- A) Le sommet est un point de minimum et son ordonnée est négative
- B) Le sommet est un point de minimum et son ordonnée est positive
- C) Le sommet est un point de maximum et son ordonnée est négative
- D) Le sommet est un point de maximum et son ordonnée est positive

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Question 12

Considérons l'équation suivante en x :

$$(ax)^3 - (ax)^2 + ax = 0$$

Pour quelle(s) valeur(s) réelle(s) de a existe-t-il des solutions autres que $x = 0$ pour cette équation ?

- A) Aucune valeur de a
- B) Uniquement $a = 0$
- C) Uniquement $a = 0$ et $a = 1$
- D) Toutes les valeurs de a

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Question 13

Un couple se lance dans l'élevage de chiens et planifie le volet financier relatif à cette activité.

Chaque année, une somme F rassemble les frais fixes incompressibles (bâtiment, chauffage, eau, électricité). Un autre poste de dépense est consacré aux frais de nourriture et de vétérinaire. Les frais annuels de nourriture sont estimés à un montant B par chien adulte et à 12 € par chiot. Les frais vétérinaires sont évalués annuellement à un montant V par adulte, le suivi des chiots étant comptabilisés dans le suivi de la mère.

Sachant que le prix de vente d'un chiot est de 1200 euros, que l'élevage comprend N_a femelles adultes et N_y chiots, que tous les chiots sont vendus à la fin de l'année, laquelle de ces quatre formules mathématiques décrit correctement le bénéfice annuel du plan comptable de cet élevage ?

- A) $(1200 - 12)N_y - N_a(F + N_aV + B)$
- B) $(1200 - 12)N_y - (F + N_a(V + B))$
- C) $(1200 - 12)N_y - (F + N_aV + B)$
- D) $(1200 - 12)N_y - (F + V + B)N_a$

[Indices](#)
[Correction détaillée](#)

Question 14

On considère la dérivée f' de la fonction f définie explicitement par

$$f(x) = 3\sqrt[3]{x^2} - 4\sqrt{x^3}$$

Que vaut cette dérivée en $x = 1$?

- A) -4
- B) -2
- C) $-4/3$
- D) $-2/3$

[Indices](#)
[Correction détaillée](#)

Question 15

On considère la fonction f définie explicitement par :

$$f(x) = \frac{3}{x} - 2 + \frac{4x^2 - 2}{x^2 + 1}$$

On constate que la fonction f admet une asymptote horizontale.

Quel est le point d'intersection de cette asymptote avec l'axe Oy ?

- A) $(0; -4)$
- B) $(0; -2)$
- C) $(0; 2)$
- D) $(0; 4)$

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

INDICES

Indice Question 1

Grand moment de rigolade à la lecture de certains corrigés (payants pour certains) qui s'embarquent dans des calculs de constante de temps, de logarithme, etc. complètement inutiles ...

Dès lors qu'une culture de cellules suit une loi donnée avec sa constante de temps, etc., ce qui va compter pour classer des intervalles de temps nécessaires à la croissance, c'est le **rapport entre le nombre de cellules observées et le nombre de cellules de départ**.

Pour faire simple : pour une loi donnée, et partant d'une cellule, il faut évidemment plus de temps pour en avoir 10 que pour en avoir 4 ! C'est aussi simple que ça !

Il vous suffira donc de calculer le rapport du nombre de cellules observées au temps t , sur le nombre de cellules observées au temps de départ t_0 ...

Plus le rapport est faible, plus l'intervalle de temps sera court.

[Retour énoncé](#)

Indice Question 2

Démarche : Votre objectif final est de trouver l'intersection de d_2 et d_3 , c'ad, résoudre un système de 2 équations à 2 inconnues où chaque équation est celle de la droite d_2 et d_3 respectivement. Il faut donc trouver l'équation de d_2 .

On sait que d_2 est perpendiculaire à d_1 , cad, que sa pente m_2 est perpendiculaire à la pente m_1 de d_1 . Il faut donc commencer par trouver la pente de d_1 !

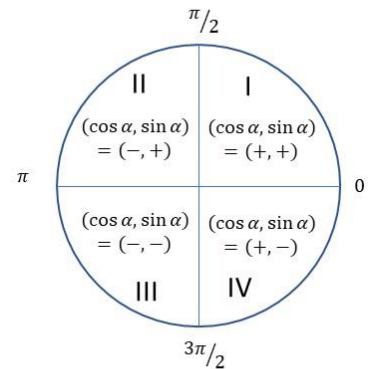
A savoir :

- La pente d'une droite passant par $(x_1; y_1)$ et (x_2, y_2) est $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- Si m_1 est la pente de d_1 et m_2 , la pente de d_2 , alors $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$
- L'équation d'une droite dans le plan s'écrit $y = ax + b$ où a est la pente de la droite.
- Si une droite à une pente m connue et un point de passage $(x_1; y_1)$, on injecte ce point de passage dans $y = mx + b \Rightarrow y_1 = mx_1 + b$, ce qui permet de trouver b !
- Trouver un point d'intersection de 2 droites, c'est résoudre le système de 2 équations à 2 inconnues où chaque équation est l'équation de l'une des 2 droites.

[Retour énoncé](#)

Indice Question 3

- La connaissance du cercle trigonométrique est **indispensable pour le concours !**
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$

[Retour énoncé](#)

Indice Question 4

Il est impératif de tracer le parallélogramme pour y voir clair. Surtout vérifier que vous avez placé les lettres dans le bon ordre, et qu'elles vérifient bien les hypothèses de départ : $\overrightarrow{PQ}$ est parallèle à $\overrightarrow{SR}$ et $\overrightarrow{PS}$ est parallèle à $\overrightarrow{QR}$, sinon, vous n'avez aucune chance ...

- Loi de Chasles : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$ sera fondamentale à utiliser ..
- $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$
- Si $\overrightarrow{AB}$ est parallèle et de même longueur que $\overrightarrow{CD}$, alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

[Retour énoncé](#)

Indice Question 5

$\cos^4(\alpha) - \sin^4(\alpha)$ est une différence de 2 carrés ...

Rappel : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Et ça tombe bien car ... $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$!

Et $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos(2x)$ (à connaître vraiment par cœur pour gagner du temps !)

Tracez un cercle trigonométrique et regardez dans quel intervalle se trouve α d'après l'hypothèse $\frac{\pi}{2} \leq \alpha < \pi$

[Retour énoncé](#)

Indice Question 6

S'il ne vous sera probablement jamais demandé de calculer un écart type (car trop long lors du concours), il faut néanmoins comprendre la formule qui, contrairement à son apparence est très facile à retenir lorsqu'on comprend ce qu'elle fait !

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}\right)}$$

- On dispose de n données : $x_1, \dots, x_n$
- On calcule leur moyenne μ
- Pour chaque donnée, on calcule l'**écart** entre la donnée et la moyenne générale. Comme on peut avoir des résultats négatifs ou positifs, selon que la donnée est au-dessus ou en-dessous de la moyenne, on élève au carré pour n'avoir que des écarts positifs.
- On effectue ensuite la **moyenne** de ces **écarts**², c-à-d qu'on effectue leur somme et qu'on divise par le nombre de données
- On passe le tout à la racine carrée pour «éliminer» le passage au carré juste avant.

Si vous comprenez cette formule, la réponse à la question doit être immédiate ...

[Retour énoncé](#)**Indice Question 7**

Avant de vous lancer tête baissée dans des horribles calculs, prenez le temps d'observer l'expression et demandez-vous si vous ne pourriez pas la simplifier en **posant** $\alpha = \dots$ juste pour **simplifier fortement l'écriture** ! Vous gagnerez ce temps grâce à une rédaction plus simple et rapide 😊. Et seulement à la fin, quand c'est nécessaire, vous réinjecterez la valeur de α

Le piège de cette question n'est pas tellement le calcul mais plutôt de faire plein de fautes de recopiage et d'inattention.

Face à ce genre de question, c'est toujours la même chose ! Il n'y a guère plus de choix que de tout élever au carré sous une racine carrée en supposant, bien sûr, que l'examineur a tout prévu pour que tout se simplifie à la fin ...

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- $(a + b) = \sqrt{(a + b)^2}$

[Retour énoncé](#)

Indice Question 8

Seulement 2 règles de base à savoir :

- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
- $(\ln x)' = 1/x$

nb : en toute généralité : $(\ln(f(x)))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$

[Retour énoncé](#)

Indice Question 9

La moyenne se calcule en sommant les valeurs et en divisant par le nombre de valeurs.

Dans notre cas : $m = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4}$

2 méthodes seront possibles ...

- Calculer chaque cas un par un ...
- Résoudre 3 équations (simples ...) à 3 inconnues et trouver la solution sans faire aucun test cas par cas...

[Retour énoncé](#)

Indice Question 10

Cette question aux airs gentils comporte un énorme piège ... dans lequel probablement tout le monde est tombé vu qu'à la fin, cette question a été annulée !

Il est très tentant de supprimer les $(\quad)^2$ avec les $\sqrt{\quad}$ et de simplifier ce qu'il en reste en $\frac{1}{4}$ de ligne. Sauf que ... le piège est la définition de la racine carrée !!

Retenez à vie que $\sqrt{a^2} \neq a$!! Mais $\sqrt{a^2} = |a|$

Exemple : $\sqrt{(-5)^2}$: vous voyez bien qu'ici $a = -5$. Et clairement :

$$\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} \neq -5$$

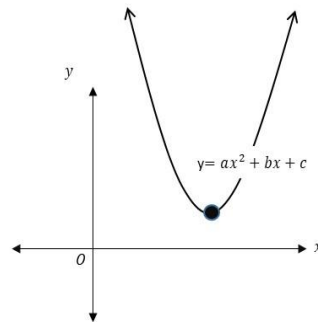
Mais bien $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5 \quad (= |-5|)$

Donc, ... vérifiez bien les valeurs sous la racine et la deuxième plus particulièrement 😊

[Retour énoncé](#)**Indice Question 11**

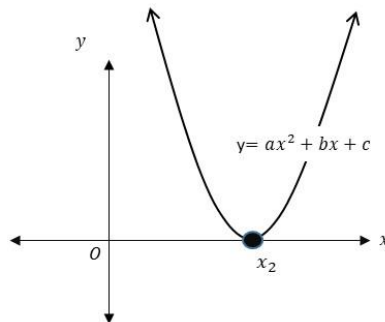
Quelques points cruciaux à maîtriser :

- Dans le trinôme $ax^2 + bx + c$.
 - Si $a > 0$, la parabole est tournée vers le haut, càd, convexe et donc, le sommet est un minimum
 - Si $a < 0$, la parabole est tournée vers le bas, càd, concave et donc, le sommet est un maximum
- Pour savoir rapidement si l'ordonnée du sommet est positive ou négative, une technique parmi d'autres consiste à calculer le discriminant $\sqrt{b^2 - 4ac}$.
 - Si $a > 0$, càd **parabole convexe** (tournée vers le haut).
 - Si $\Delta = \sqrt{b^2 - 4ac} < 0$, il n'y a **PAS de racine** et l'allure est :



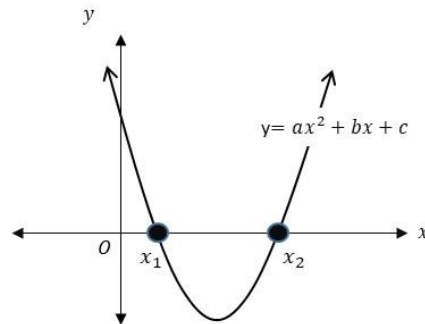
L'ordonnée du sommet est forcément **POSITIVE**

- Si $\Delta = \sqrt{b^2 - 4ac} = 0$, il y a **UNE racine** et l'allure est :



L'ordonnée du sommet est forcément **SUR l'AXE Y = 0**

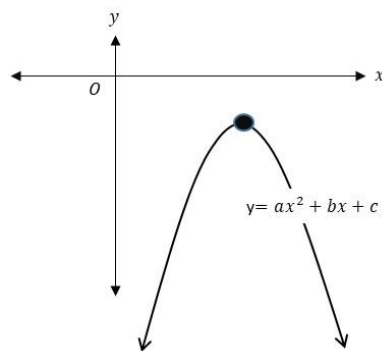
- Si $\Delta = \sqrt{b^2 - 4ac} > 0$, il y a **DEUX racines** et l'allure est :



L'ordonnée du sommet est forcément **NÉGATIVE**

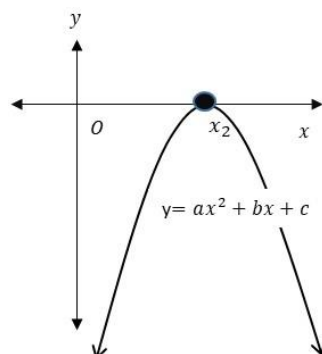
- Si $a < 0$, càd parabole concave (tournée vers le bas).

- Si $\Delta = \sqrt{b^2 - 4ac} < 0$, il n'y a **PAS de racine** et l'allure est :



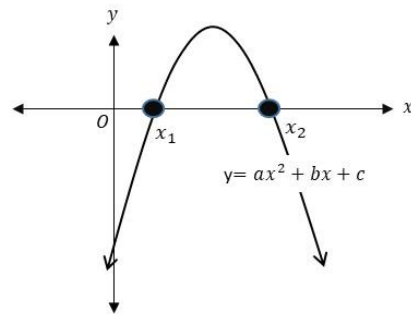
L'ordonnée du sommet est forcément **NÉGATIVE**

- Si $\Delta = \sqrt{b^2 - 4ac} = 0$, il y a **UNE racine** et l'allure est :



L'ordonnée du sommet est forcément **SUR l'AXE Y = 0**

- Si $\Delta = \sqrt{b^2 - 4ac} > 0$, il y a **DEUX racines** et l'allure est :



L'ordonnée du sommet est forcément **POSITIVE**

[Retour énoncé](#)

Indice Question 12

- On ne peut diviser une égalité par un nombre que si ce nombre est différent de 0.
- Si $b^2 - 4ac < 0$ dans l'égalité $ax^2 + bx + c$, alors le trinôme n'admet pas de solution.

[Retour énoncé](#)

Indice Question 13

Des frais **incompressibles** sont des **frais fixes**, comme le chauffage, le bâtiment, etc. qui **ne dépendent donc pas du nombre de chiens**. Cela élimine 2 réponses d'entrée de jeu !

Inversement certaines données dépendent du nombre de chiens, ce qui n'est pas le cas dans une troisième réponse. Reste donc la quatrième réponse qui est en effet la bonne...

[Retour énoncé](#)

Indice Question 14

- $\sqrt[n]{x^a} = x^{\frac{a}{n}}$
- $(x^n)' = n x^{n-1}$
- $x^{-1} = \frac{1}{x}$

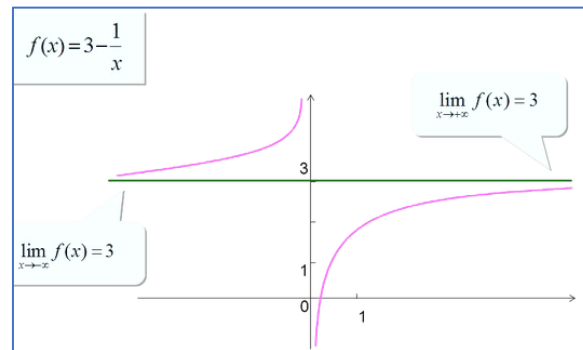
Retour énoncé

Indice Question 15

- Pour faire simple ...

Pour savoir si une fonction a une asymptote horizontale, il faut la faire tendre vers $+\infty$ *ou* $-\infty$ et voir si $f(x)$ tend vers une constante !

Exemple :



Mathématiquement, on a une asymptote horizontale si

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = l \text{ ou } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = h \text{ où } l \text{ et } h \in \mathbb{R}$$

Dès lors, $y = l$ (ou h) est l'équation de l'asymptote horizontale !

- Règle de l'Hospital pour calculer la limite d'un quotient où les numérateurs et dénominateurs tendent chacun vers 0 ou chacun vers l'infini.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} \text{ mais } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \text{ (resp. 0) ET } \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty \text{ (resp. 0)}.$$

Le truc consiste à dériver $f(x)$ et $g(x)$ et à réappliquer le calcul de la limite sur $\frac{f'(x)}{g'(x)}$

$$\text{Exemple : } \lim_{n \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2+x-2} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{1}{2x+1} = \frac{1}{3}$$

- Si la règle de l'Hospital vous effraye, pas de panique, une autre astuce existe : la mise en évidence !

Vous pouvez utiliser le fait que (par exemple) :

$$\frac{4x^2 + 2x + 7}{x^2 + 1} = \frac{x^2 \left(4 + \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} = \frac{4 + \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}}$$

Et lorsque vous faites tendre vers $\pm\infty$, toutes les fractions en ' x ' tendent vers 0.
De sorte qu'il ne reste plus que $\frac{4}{1} = 4$!

[Retour énoncé](#)

CORRECTIONS DÉTAILLÉES

Correction Question 1

Il est inutile de vous casser la tête avec des formules de lois exponentielles ou autre. Comme expliqué dans les indices, partant d'une cellule et pour une même loi de croissance (notre cas), il faut évidemment plus de temps, pour en obtenir 10 que pour en obtenir 4 ! C'est évident ...

Toute formule de croissance est du type : $P(t) = P_0 \cdot f(t)$ où $P(t)$ est la population au temps t et P_0 est la population au temps de départ t_0 .

$f(t)$ contient l'expression qui va caractériser la croissance en fonction du temps (exposant, exponentielle, etc.)

Pour une même 'loi' $f(t)$ ce qui va donc compter, c'est uniquement le **rapport** $\frac{P(t)}{P_0}$!

Plus celui-ci est petit, plus l'intervalle de temps nécessaire à la croissance sera court.

$$\text{a) } \frac{2}{1} = 2 \quad \text{b) } \frac{4}{1} = 4 \quad \text{c) } \frac{1500}{1000} = 1,5 \quad \text{d) } \frac{20\,000\,000}{14\,000\,000} = \frac{20}{14} \approx 1,43$$

Le ratio le plus faible est 1,43

La bonne réponse est la réponse D

[Retour énoncé](#)

Correction Question 2

Lisez bien les indices pour suivre la démarche ainsi que les rappels mathématiques. Calculer l'équation de la droite d_1 n'est pas inutile mais superflu. Connaître sa pente suffit pour la suite.

- La pente de la droite d_1 passant par $A(2; 3)$ et $B(7; 6)$ est donnée par :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 3}{7 - 2} = \frac{3}{5}$$

- Dès lors, puisque $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$ (voir les indices si ça n'est pas clair), la pente de d_2 , perpendiculaire à d_1 vaut $m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{5}{3}$
- L'équation de la droite d_2 prend donc la forme : $y = -\frac{5}{3}x + b$ puisque le coefficient de x n'est rien d'autre que la valeur de la pente de la droite.
- Or $C(4; 1)$ est un point de passage de la droite d_2 donc, quand $x = 4, y = 1 \Rightarrow 1 = -\frac{5}{3} \cdot 4 + b = -\frac{20}{3} + b \Rightarrow b = 1 + \frac{20}{3} = \frac{23}{3}$

- $\Rightarrow d_2$ a pour équation $y = -\frac{5}{3}x + \frac{23}{3}$
- Il reste donc à résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} \frac{5}{3}x + y = \frac{23}{3} & (1) \\ 2x + y = 8 & (2) \end{cases}$$

$$(2) - (1) \Rightarrow 2x - \frac{5}{3}x = 8 - \frac{23}{3} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 1$$

On injecte $x = 1$ dans (2) $\Rightarrow 2 \cdot 1 + y = 8 \Leftrightarrow y = 6$

Le point d'intersection recherché est donc **(1 ; 6)**.

La bonne réponse est la réponse C

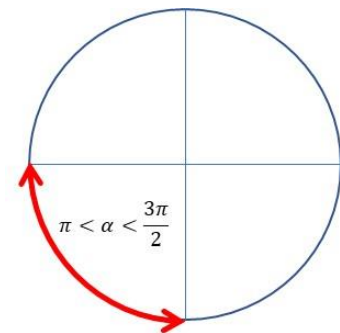
[Retour énoncé](#)

Correction Question 3

On commence par exploiter les données :

a) $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

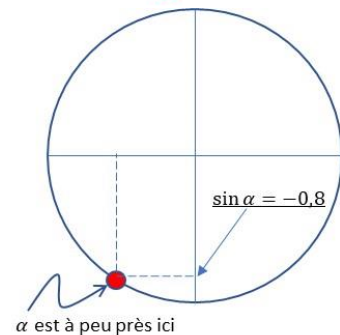
Donc, α est quelque part sur la portion d'arc en rouge



b) $\sin \alpha = -0,8$

Donc, on peut estimer plus précisément où se trouve l'angle α

On en conclut que le $\cos \alpha$ est forcément négatif !
(c'est important pour la suite !)



On sait que $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, or $\sin \alpha = -0,8$, donc : $\sin^2 \alpha = 0,64$.

Donc, $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - 0,64 = 0,36$.

Donc, $\cos \alpha = 0.6$ OU $-0,6$!

Mais grâce au point b) ci-dessus, on sait que $\cos \alpha$ est négatif ! Donc, $\cos \alpha = -0,6$.

Et finalement, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-0,8}{-0,6} = \frac{4}{3}$

La bonne réponse est la réponse C

[Retour énoncé](#)**Correction Question 4**

Tracez correctement la figure et vérifiez que les hypothèses $\overrightarrow{PQ}$ est parallèle à $\overrightarrow{SR}$ et $\overrightarrow{PS}$ est parallèle à $\overrightarrow{QR}$ sont bien respectées avant de commencer, c'est essentiel !



Votre objectif est de transformer $\overrightarrow{QS} - 2\overrightarrow{PQ}$ comme une combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{PS}$ et $\overrightarrow{PR}$ donc, de faire disparaître en quelque sorte tous les « Q » et faire apparaître des « R » à la place !

- Commençons par $\overrightarrow{QS}$
 - $\overrightarrow{QS} = \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RS}$. Or, $\overrightarrow{QR} \parallel \overrightarrow{PS} \Rightarrow \overrightarrow{QS} = \overrightarrow{PS} + \overrightarrow{RS}$
En rouge, j'écris ce qu'il faut garder puisqu'on veut obtenir des « $\overrightarrow{PS}$ » et des « $\overrightarrow{PR}$ »
- Transformons $\overrightarrow{PQ}$!
 - $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PR} + \overrightarrow{RQ}$. Or, $\overrightarrow{RQ} \parallel \overrightarrow{SP} \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PR} + \overrightarrow{SP} \Rightarrow 2\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PR} + 2\overrightarrow{SP}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \overrightarrow{QS} - 2\overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{PS} + \overrightarrow{RS} - 2\overrightarrow{PR} - 2\overrightarrow{SP} = \overrightarrow{PS} + \overrightarrow{RS} - 2\overrightarrow{PR} + 2\overrightarrow{PS} \\ &= 3\overrightarrow{PS} + \overrightarrow{RS} - 2\overrightarrow{PR} \end{aligned}$$

Or, le $\overrightarrow{RS}$ qui nous embête se réécrit comme $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{PS}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{QS} - 2\overrightarrow{PQ} = 3\overrightarrow{PS} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{PS} - 2\overrightarrow{PR} = 4\overrightarrow{PS} - \overrightarrow{PR} - 2\overrightarrow{PR} = 4\overrightarrow{PS} - 3\overrightarrow{PR}$$

La bonne réponse est la réponse B

Nb : Lorsqu'on effectue des corrections en prenant le temps, il est toujours facile de trouver plus court, plus astucieux, ce qui aurait sûrement été le cas ici. J'ai volontairement été pas à pas, comme je l'aurais fait moi-même le jour du concours à votre place, éliminant petit à petit ce qui me gêne, regardant ce qu'il reste et ce que je garde, puis cherchant à finir par transformer ce qui reste.

[Retour énoncé](#)

Correction Question 5

Commençons par voir où se situe α sur base de l'hypothèse $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Cela sera utile pour la suite...

Ensuite, il doit vous sauter aux yeux (sauf certains qui font des corrigés payants ...) que $\cos^4(\alpha) - \sin^4(\alpha)$ est une différence de carrés.

En effet $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ et donc $a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$.

On a donc $\cos^4(\alpha) - \sin^4(\alpha) = (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \frac{1}{2}$

Or, vous savez que $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$

Mais aussi (absolument à apprendre par cœur – cela revient sans arrêt) : $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos(2\alpha)$

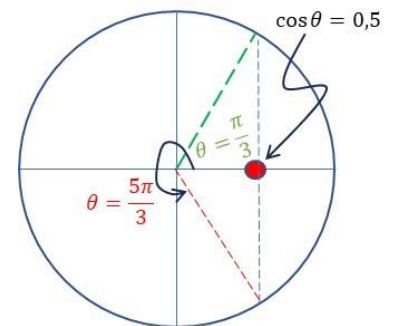
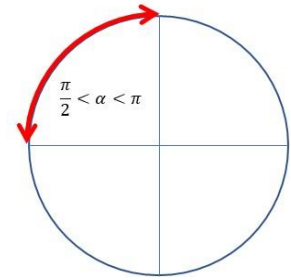
Au final : $\cos^4(\alpha) - \sin^4(\alpha) = \cos(2\alpha) = \frac{1}{2}$

Quand est-ce qu'un cosinus vaut $\frac{1}{2}$? Quand son angle vaut $\frac{\pi}{3}$ (càd 60°) – ça aussi c'est par cœur bien que si vous le visualisez, le par cœur ne sert plus à rien ...

Dans ce cas, $2\alpha = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$ Pas de chance ... cela ne respecte pas l'hypothèse de départ demandant que α se situe entre $\frac{\pi}{2}$ et π .

Mais par symétrie, vous constatez qu'un autre angle aboutit aussi à $\cos(\theta) = \frac{1}{2}$. Il s'agit de $\theta = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$. D'où l'importance de visualiser et maîtriser le cercle trigonométrique !...

Donc, $\cos(2\alpha) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2\alpha = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{5\pi}{6}$



La bonne réponse est la réponse D

[Retour énoncé](#)

Correction Question 6

Rappelons que l'écart-type est donné par :

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}\right)}$$

Lisez bien les indices où je détaille ce que fait cette formule !

Dès lors que vous **retirez 2 données** de votre échantillon de 20 données (et même si vous en retirez une seule ! ou même si vous en modifiez seulement une seule !), que se passe-t-il ?

- Vous modifiez le nombre de données, soit n . Donc, le dénominateur va changer. Dans notre cas, n va diminuer, donc la fraction va augmenter et à priori σ aussi. MAIS ...
- Vous modifiez aussi la moyenne de ces données.
- Vous modifiez TOUS les $(x_i - \mu)$ (puisque vous avez modifié μ).
- Selon que vous avez retiré 2 données proches de la moyenne ou fortement éloignées de la moyenne, le numérateur va augmenter ou diminuer ...

Vous l'aurez compris, le moindre retrait de données (ou même en fait, simple modification d'une donnée) va rendre IMPRÉVISIBLE le nouvel écart-type !

La bonne réponse est la réponse D

[Retour énoncé](#)

Correction Question 7

Cette question est celle pour laquelle j'ai vu le plus de corrigés horribles trainant des expressions horribles, entraînant quasi à coup sûr des fautes de recopier de ligne en ligne !

Face à

$$\sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} + \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

Vous vous doutez que la méthode va consister à élever le tout au carré et le remettre sous une racine carrée, en supposant que tout va se simplifier vers la fin ... Mais, vous vous doutez aussi que cela va entraîner des expressions d'une grosse lourdeur, d'où l'intérêt de simplifier l'écriture en posant « quelque chose » afin d'alléger l'écriture et surtout éviter les erreurs !

Posons $\alpha = \sqrt{a^2 - b}$. On verra plus tard quand c'est nécessaire de le réinjecter !

$$\sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} + \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}} = \sqrt{\frac{a + \alpha}{2}} + \sqrt{\frac{a - \alpha}{2}}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{\left(\sqrt{\frac{a+\alpha}{2}} + \sqrt{\frac{a-\alpha}{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{a+\alpha}{2} + \frac{a-\alpha}{2} + \frac{2\sqrt{(a+\alpha)(a-\alpha)}}{\sqrt{4}}} \\
&= \sqrt{a + \sqrt{a^2 - \alpha^2}}
\end{aligned}$$

Et seulement à ce stade, on remplace α par sa valeur : $\alpha^2 = a^2 - b$

$\Rightarrow$ L'expression devient : $\sqrt{a + \sqrt{a^2 - \alpha^2}} = \sqrt{a + \sqrt{a^2 - a^2 + b}} = \sqrt{a + \sqrt{b}}$

La bonne réponse est la réponse C

[Retour énoncé](#)

Correction Question 8

$$f(x) = \frac{\ln(x) + 1}{x}$$

- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
- $(\ln x)' = 1/x$

$$f'(x) = \frac{(\ln(x) + 1)' \cdot x - (\ln(x) + 1) \cdot x'}{x^2} = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x - 1}{x^2} = -\frac{\ln(x)}{x^2}$$

La bonne réponse est la réponse C

[Retour énoncé](#)

Correction Question 9

Selon votre aptitude à résoudre facilement ou non 3 équations (simples) à 3 inconnues, 2 méthodes sont possibles. Je vous donne les 2 méthodes !

MÉTHODE 1 : 3 équations à 3 inconnues

$$\begin{aligned} \text{Le cas 1 se traduit par : } \frac{x_1+x_2+x_3+x_1}{4} = 10 &\Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_1 = 40 \\ &\Leftrightarrow 2x_1 + x_2 + x_3 = 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Le cas 2 se traduit par : } \frac{x_1+x_2+x_3+x_2}{4} = 12 &\Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_2 = 48 \\ &\Leftrightarrow x_1 + 2x_2 + x_3 = 48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Le cas 3 se traduit par : } \frac{x_1+x_2+x_3+x_3}{4} = 14 &\Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_3 = 56 \\ &\Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2x_3 = 56 \end{aligned}$$

Il faut donc résoudre le système :

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 40 & (1) \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 48 & (2) \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 56 & (3) \end{cases}$$

De (1) : $x_3 = 40 - 2x_1 - x_2$ qu'on réinjecte dans (2) et (3)

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 40 - 2x_1 - x_2 = 48 \\ x_1 + x_2 + 2(40 - 2x_1 - x_2) = 56 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} -x_1 + x_2 = 8 \\ -3x_1 - x_2 = -24 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 = -24 \\ -3x_1 - x_2 = -24 \end{cases} \end{aligned}$$

On additionne les 2 équations : $-4x_2 = -48 \Rightarrow x_2 = 12 \Rightarrow x_1 = 4 \Rightarrow x_3 = 20$

La bonne réponse est la réponse C

MÉTHODE 2 : le cas par cas

Test de la réponse A) :

- $\frac{2+10+26+2}{4} \stackrel{?}{=} 10$: *oui*
- $\frac{2+10+26+10}{4} \stackrel{?}{=} 12$: *oui*
- $\frac{2+10+26+26}{4} \stackrel{?}{=} 14$: **NON** → Ce n'est pas la réponse A

Test de la réponse B) :

- $\frac{3+11+23+3}{4} \stackrel{?}{=} 10$: *oui*

- $\frac{3+11+23+11}{4} \stackrel{?}{=} 12$: *oui*
- $\frac{3+11+23+23}{4} \stackrel{?}{=} 14$: **NON(= 15) → Ce n'est pas la réponse A**

Test de la réponse C) :

- $\frac{4+12+20+4}{4} \stackrel{?}{=} 10$: *oui*
- $\frac{4+12+20+12}{4} \stackrel{?}{=} 12$: *oui*
- $\frac{4+12+20+20}{4} \stackrel{?}{=} 14$: *oui*

La bonne réponse est la réponse C

[Retour énoncé](#)

Correction Question 10

$$\sqrt{(1 + \sqrt{5})^2} - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$$

Sous la première racine, $1 + \sqrt{5}$ est évidemment positif => aucun problème particulier.

Sous la deuxième racine, $2 - \sqrt{5}$ est négatif ! Besoin d'aucun calcul pour cela : vous savez que $\sqrt{4} = 2$ donc, comme $\sqrt{5} > \sqrt{4}$, $\sqrt{5}$ est forcément > 2 et donc, $2 - \sqrt{5} < 0$!

Donc : $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 2$

Au final : $\sqrt{(1 + \sqrt{5})^2} - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = 1 + \sqrt{5} - (\sqrt{5} - 2) = 3$

Peut-être l'autre raison possible de l'annulation de la question est que « 3 » n'apparaît explicitement dans les réponses, mais à y regarder de plus près, la réponse C n'est autre que 3. En effet, $2\sqrt{9} - 3 = 3$!

La bonne réponse est la réponse C

[Retour énoncé](#)

Correction Question 11

Un conseil : lisez les indices de cette question où je récapitule les règles à maîtriser concernant les paraboles.

$$f(x) = 36x - 2x^2 - 34$$

On réarrange : $f(x) = -2x^2 + 36x - 34$

Tout de suite, on note que le **coefficient de x^2** est " -2 ", donc **négatif**, donc parabole concave, càd, **tournée vers le bas**. On conclut déjà que **le sommet est un point de maximum**.

Calculons le discriminant afin de conclure sur l'existence ou non de racines.

$$b^2 - 4ac = (36)^2 - 4(-2)(-34) = (36)^2 - (8) \cdot 34$$

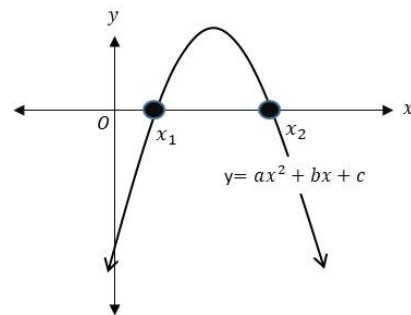
Inutile de perdre du temps à calculer, on voit immédiatement que $b^2 - 4ac > 0$ et que cette parabole admet donc 2 racines.

On est donc dans le cas :

Parabole tournée vers le bas ($a < 0$) et 2 racines.

Donc la seule configuration possible est :

- **Le sommet est un maximum**
- **Son ordonnée est positive**



La bonne réponse est la réponse D

[Retour énoncé](#)

Correction Question 12

On part de $(ax)^3 - (ax)^2 + ax = 0$

L'énoncé précise bien qu'on envisage des solutions autres que $x = 0$, donc ... $x \neq 0$.

On a donc le droit de diviser l'égalité par x pour simplifier. Elle devient :

$$a^3x^2 - a^2x + a = 0 \Leftrightarrow a(a^2x^2 - ax + 1) = 0$$

Il est évident que $a = 0$ est une solution (on élimine la réponse A), **MAIS est-elle la seule solution** ? Comme on envisage maintenant une recherche de solutions pour $a \neq 0$, on peut encore diviser l'égalité par a . Il vient :

$$a^2x^2 - ax + 1 = 0$$

Existe-t-il une ou des solutions pour $a = 1$? càd pour $x^2 - x + 1 = 0$?

$$b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = -3 < 0$$

Comme $b^2 - 4ac < 0$, $x^2 - x + 1 = 0$ n'admet aucune solution, donc $a = 1$ ne peut pas être solution de $a^2x^2 - ax + 1 = 0$.

On élimine donc la réponse A) car $a = 0$ est bien une solution possible.

On élimine la réponse C puisqu'on a vu que $a = 1$ n'est pas une solution

On élimine la réponse D pour la même raison que la réponse C.

C'est donc la réponse B, la seule solution est $a = 0$

La bonne réponse est la réponse B

[Retour énoncé](#)

Correction Question 13

Les frais fixes, F, ne dépendent pas du nombre de chiens et ne doivent donc PAS être multipliés par quoi que ce soit. Les réponses D et A sont éliminées !

Inversement, les frais de nourriture, B, dépendent bien sûr du nombre de chiens, ce qui n'est pas le cas de la réponse C. Reste donc la réponse B qui est en effet la bonne !

La bonne réponse est la réponse B

[Retour énoncé](#)

Correction Question 14

$$f(x) = 3\sqrt[3]{x^2} - 4\sqrt{x^3}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$f(x) = 3x^{\frac{2}{3}} - 4x^{\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3 \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{2}{3}-1} - 4 \cdot \frac{3}{2} x^{\frac{3}{2}-1} = 2x^{-\frac{1}{3}} - 6x^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt[3]{\frac{1}{x}} - 6\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow f'(1) = 2 - 6 = -4$$

La bonne réponse est la réponse A

[Retour énoncé](#)

Correction Question 15

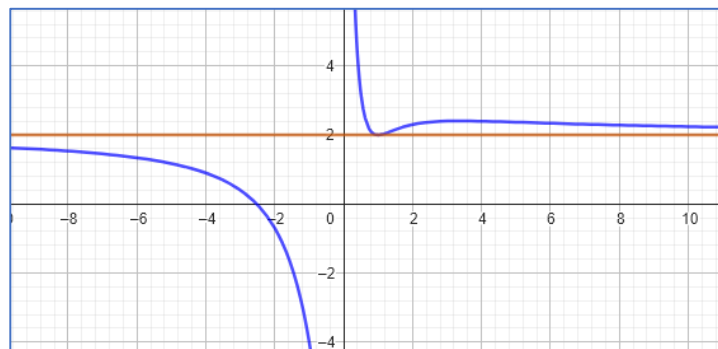
$$f(x) = \frac{3}{x} - 2 + \frac{4x^2 - 2}{x^2 + 1}$$

Prenons terme par terme :

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} -2 = -2$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 2}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(4 - \frac{2}{x^2})}{x^2(1 + \frac{1}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - \frac{2}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 4$

Donc : $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{x} - 2 + \frac{4x^2 - 2}{x^2 + 1} \right) = 0 - 2 + 4 = 2$

L'équation de l'asymptote horizontale est : $y = 2$ qui par définition, croise forcément l'axe Y, en $(0; 2)$. Voici une visualisation si ca peut vous aider.



[Retour énoncé](#)

FIN