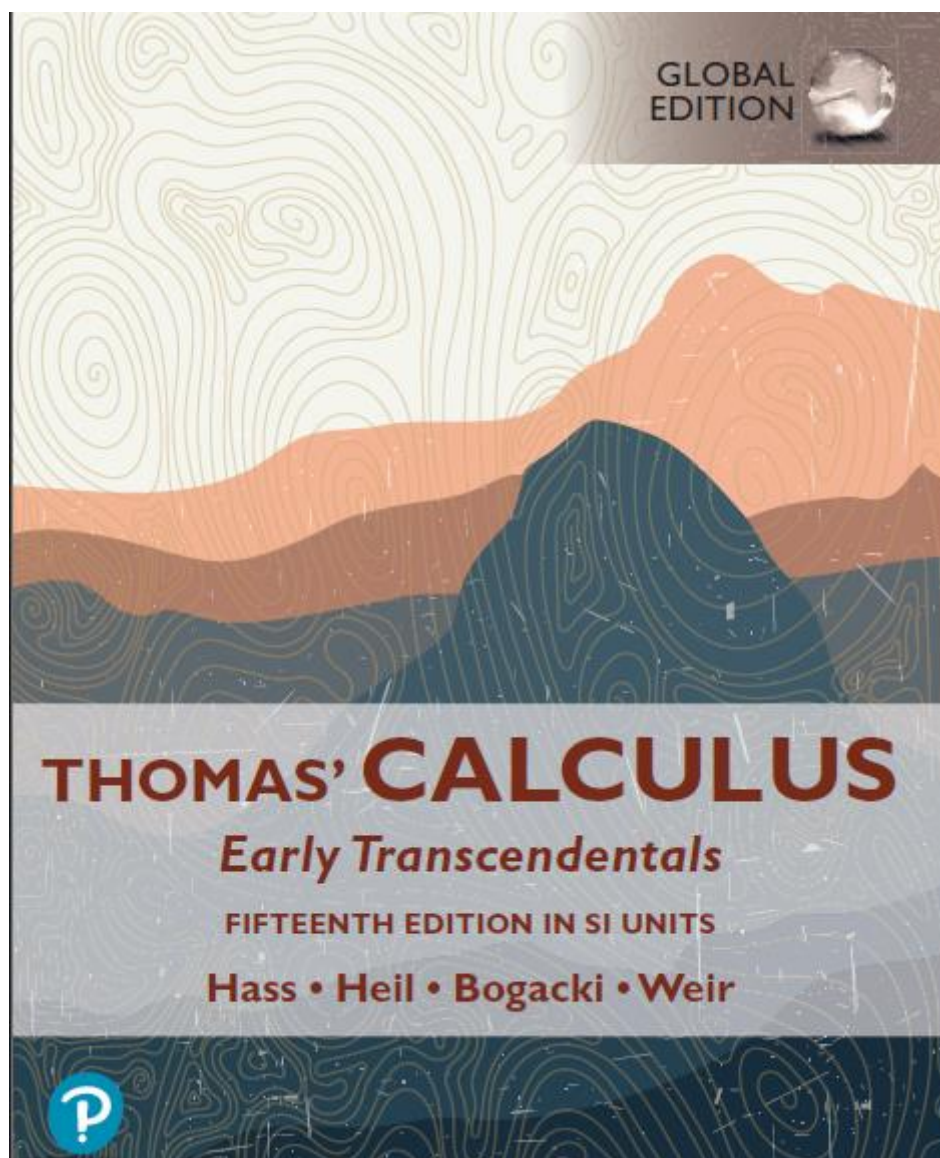

ÉNONCÉS D'EXERCICES ET CORRIGÉS DÉTAILLÉS



Thomas' CALCULUS (15 ème édition)

Early transcendentals

Chapitre 1 : FONCTIONS

Traduit et corrigé par L. Hardy

Exercice 1.1.1

Trouver le domaine de définition ainsi que l'image de $f(x) = 1 + x^2$

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.2

Trouver le domaine de définition ainsi que l'image de $f(x) = 1 - \sqrt{x}$

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.3

Trouver le domaine de définition ainsi que l'image de $F(x) = \sqrt{5x + 10}$

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.4

Trouver le domaine de définition ainsi que l'image de $g(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.5

Trouver le domaine de définition ainsi que l'image de $f(t) = \frac{4}{3-t}$

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.6

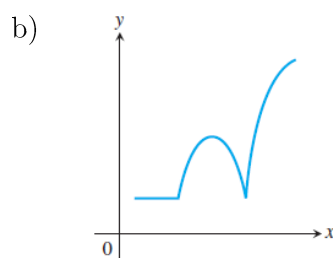
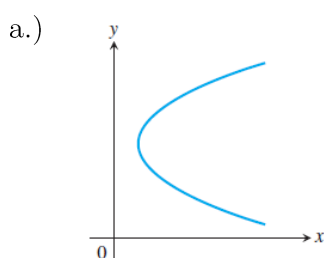
Trouver le domaine de définition ainsi que l'image de $G(t) = \frac{2}{t^2 - 16}$

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.7

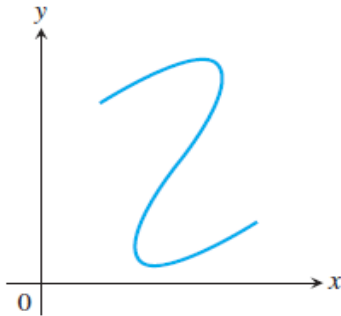
Lesquels de ces graphes sont des fonctions de x . Justifier votre réponse.



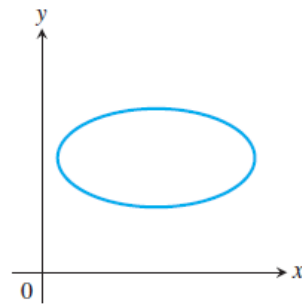
[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.8**

Lesquels de ces graphes sont des fonctions de x . Justifier votre réponse.

a)



b)

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.9**

Exprimez le périmètre et la surface d'un triangle équilatéral en fonction de la longueur d'un des côtés, nommé x .

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.10**

Exprimez la longueur du côté d'un carré en fonction de d , la longueur de la diagonale. Ensuite, exprimez la surface en fonction de la longueur de d .

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.11**

Exprimez la longueur du côté d'un cube en fonction de d , la longueur de la diagonale du cube. Ensuite, exprimez la surface et le volume en fonction de la longueur de d .

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.12**

Un point P se trouve sur la courbe représentative de la fonction $f(x) = \sqrt{x}$. Exprimez les coordonnées de P en fonction de la pente de la droite joignant P à l'origine.

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.13

Considérons le point (x, y) se trouvant sur la droite $2x + 4y = 5$. Soit L la distance entre les 2 points (x, y) et $(0, 0)$. Exprimez L en fonction de x .

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.14**

Considérons le point (x, y) se trouvant sur la courbe représentative de la fonction $f(x) = \sqrt{x-3}$. Soit L la distance entre les 2 points (x, y) et $(4, 0)$. Exprimez L en fonction de y .

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.15**

Trouver le domaine définition de $f(x) = 5 - 2x$ et tracer son graphe

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.16**

Trouver le domaine définition de $f(x) = 1 - 2x - x^2$ et tracer son graphe

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.17**

Trouver le domaine définition de $g(x) = \sqrt{|x|}$ et tracer son graphe

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.18**

Trouver le domaine définition de $g(x) = \sqrt{-x}$ et tracer son graphe

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.19**

Trouver le domaine définition de $F(t) = t/|t|$ et tracer son graphe

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.20**

Trouver le domaine définition de $G(t) = 1/|t|$ et tracer son graphe

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.21

Trouver le domaine définition de $y = \frac{x+3}{4-\sqrt{x^2-9}}$

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.22

Trouver l'image de $y = 2 + \sqrt{9 + x^2}$

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.23

Effectuez le graphe des équations suivantes et expliquez pourquoi elles ne sont pas des fonctions de x .

a. $|y| = x$ b. $y^2 = x^2$

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.24

Effectuez le graphe des équations suivantes et expliquez pourquoi elles ne sont pas des fonctions de x .

a. $|x| + |y| = 1$ b. $|x + y| = 1$

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.25

Effectuez le graphe de l'équation suivante :

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.26

Effectuez le graphe de l'équation suivante :

$$g(x) = \begin{cases} 1 - x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.27

Effectuez le graphe de l'équation suivante :

$$F(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & x \leq 1 \\ x^2 + 2x, & x > 1 \end{cases}$$

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.28

Effectuez le graphe de l'équation suivante :

$$G(x) = \begin{cases} 1/x, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \end{cases}$$

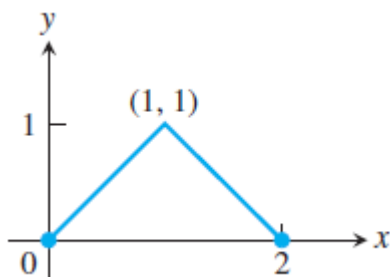
[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

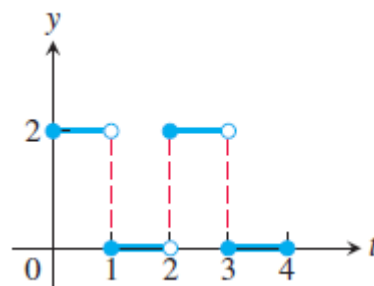
Exercice 1.1.29

Trouvez une formule pour chacune des fonctions tracées ci-dessous :

a)



b)



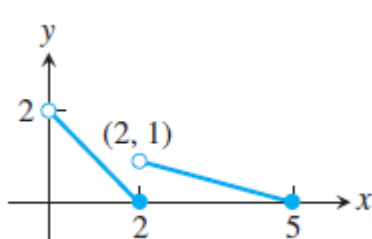
[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

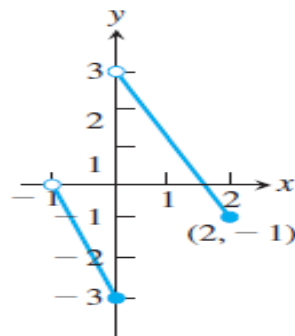
Exercice 1.1.30

Trouvez une formule pour chacune des fonctions tracées ci-dessous :

a)



b)



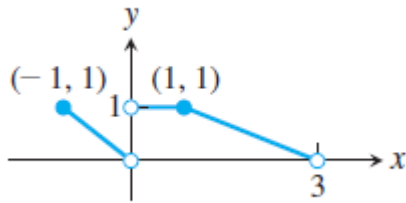
[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

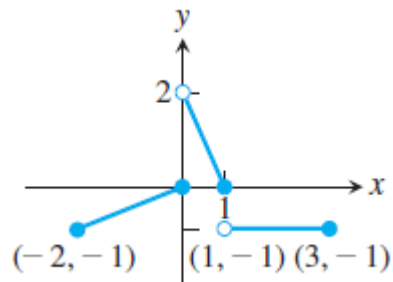
Exercice 1.1.31

Trouvez une formule pour chacune des fonctions tracées ci-dessous :

a)

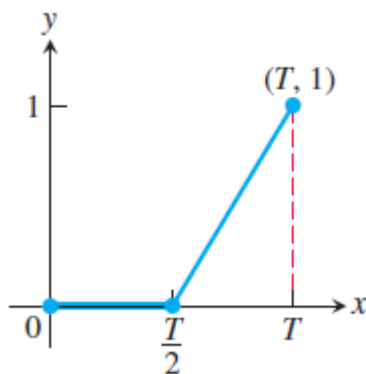


b)

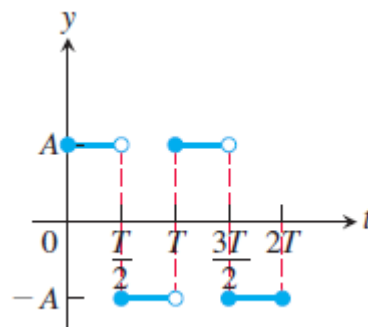
[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.32**

Trouvez une formule pour chacune des fonctions tracées ci-dessous :

a)



b)

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.33**

Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on :

a) $[x] = 0$?b) $[x] = 0$?[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.34**

Quels nombres réels x satisfont l'équation $[x] = [x]$?

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.35

Est-il vrai que $\lceil -x \rceil = -\lfloor x \rfloor$ quel que soit le réel x ? Justifier votre réponse.

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.36**

Effectuez le graphe de la fonction suivante

$$f(x) = \begin{cases} \lfloor x \rfloor, & x \geq 0 \\ \lceil x \rceil, & x < 0 \end{cases}$$

Pourquoi $f(x)$ est-il appelé ‘partie entière de x ’ ?

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.37**

Tracez le graphe de la fonction suivante. Pour autant qu’une symétrie existe, précisez de laquelle il s’agit. Spécifiez l’intervalle sur lequel la fonction est croissante et/ou l’intervalle sur lequel la fonction est décroissante.

$$y = -x^3$$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.38**

Tracez le graphe de la fonction suivante. Pour autant qu’une symétrie existe, précisez de laquelle il s’agit. Spécifiez l’intervalle sur lequel la fonction est croissante et/ou l’intervalle sur lequel la fonction est décroissante.

$$y = -1/x^2$$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.39

Tracez le graphe de la fonction suivante. Pour autant qu'une symétrie existe, précisez de laquelle il s'agit. Spécifiez l'intervalle sur lequel la fonction est croissante et/ou l'intervalle sur lequel la fonction est décroissante.

$$y = -1/x$$

[Indices](#)
[Correction détaillée](#)
Exercice 1.1.40

Tracez le graphe de la fonction suivante. Pour autant qu'une symétrie existe, précisez de laquelle il s'agit. Spécifiez l'intervalle sur lequel la fonction est croissante et/ou l'intervalle sur lequel la fonction est décroissante.

$$y = \frac{1}{|x|}$$

[Indices](#)
[Correction détaillée](#)
Exercice 1.1.41

Tracez le graphe de la fonction suivante. Pour autant qu'une symétrie existe, précisez de laquelle il s'agit. Spécifiez l'intervalle sur lequel la fonction est croissante et/ou l'intervalle sur lequel la fonction est décroissante.

$$y = \sqrt{|x|}$$

[Indices](#)
[Correction détaillée](#)
Exercice 1.1.42

Tracez le graphe de la fonction suivante. Pour autant qu'une symétrie existe, précisez de laquelle il s'agit. Spécifiez l'intervalle sur lequel la fonction est croissante et/ou l'intervalle sur lequel la fonction est décroissante.

$$y = \sqrt{-x}$$

[Indices](#)
[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.43

Tracez le graphe de la fonction suivante. Pour autant qu'une symétrie existe, précisez de laquelle il s'agit. Spécifiez l'intervalle sur lequel la fonction est croissante et/ou l'intervalle sur lequel la fonction est décroissante.

$$y = \frac{x^3}{8}$$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.44**

Tracez le graphe de la fonction suivante. Pour autant qu'une symétrie existe, précisez de laquelle il s'agit. Spécifiez l'intervalle sur lequel la fonction est croissante et/ou l'intervalle sur lequel la fonction est décroissante.

$$y = -4\sqrt{x}$$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.45**

Tracez le graphe de la fonction suivante. Pour autant qu'une symétrie existe, précisez de laquelle il s'agit. Spécifiez l'intervalle sur lequel la fonction est croissante et/ou l'intervalle sur lequel la fonction est décroissante.

$$y = -x^{3/2}$$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.46**

Tracez le graphe de la fonction suivante. Pour autant qu'une symétrie existe, précisez de laquelle il s'agit. Spécifiez l'intervalle sur lequel la fonction est croissante et/ou l'intervalle sur lequel la fonction est décroissante.

$$y = (-x)^{\frac{2}{3}}$$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.47

Déterminez si la fonction $f(x) = 3$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.48**

Déterminez si la fonction $f(x) = x^{-5}$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.49**

Déterminez si la fonction $f(x) = x^2 + 1$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.50**

Déterminez si la fonction $f(x) = x^2 + x$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.51**

Déterminez si la fonction $f(x) = x^3 + x$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.52**

Déterminez si la fonction $g(x) = x^4 + 3x^2 - 1$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.53

Déterminez si la fonction $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.54

Déterminez si la fonction $g(x) = \frac{x}{x^2-1}$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.55

Déterminez si la fonction $h(t) = \frac{1}{t-1}$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.56

Déterminez si la fonction $h(t) = |t^3|$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.57

Déterminez si la fonction $h(t) = 2t + 1$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.58

Déterminez si la $h(t) = 2|t| + 1$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.59

Déterminez si la fonction $f(x) = \sin 2x$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.60

Déterminez si la fonction $f(x) = \sin x^2$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.61

Déterminez si la fonction $f(x) = \cos 3x$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.62

Déterminez si la fonction $f(x) = 1 + \cos x$ est paire, impaire ou aucun des 2. Justifiez votre réponse.

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.63

La variable s est proportionnelle à t . Quand $t = 75, s = 25$.
Que vaut t quand $s = 60$?

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.64

L'énergie cinétique T d'une masse est proportionnelle au carré de sa vitesse v . Si $T = 12960$ joules lorsque $v = 18 \text{ m/s}$, que vaut T quand $v = 10 \text{ m/s}$?

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.65

Les variables r et s sont inversement proportionnelles. Quand $s = 4$, $r = 6$. Que vaut s quand $r = 10$.

[Indices](#)
[Correction détaillée](#)

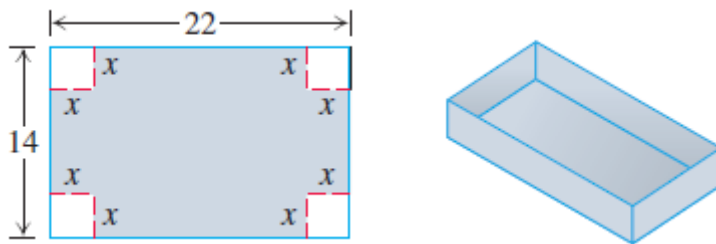
Exercice 1.1.66

La loi de Boyle stipule que le volume V d'un gaz à température constante s'accroît dès lors que la pression P décroît. V et P sont donc inversement proportionnels. On sait que si $P = 14.7 \text{ N/cm}^2$ alors $V = 1000 \text{ cm}^3$. Que vaut alors V si $P = 23.4 \text{ N/cm}^2$?

[Indices](#)
[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.67

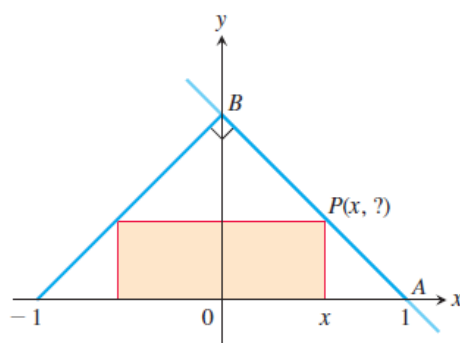
Une boîte parallélépipédique rectangulaire dont le sommet est ouvert doit être construite à partir d'un patron en carton de dimensions $14 \text{ cm} \times 22 \text{ cm}$. Il faut couper pour cela, quatre carrés de côté x dans chaque coin et ensuite, plier les côtés comme indiqué dans la figure. Exprimer le volume V de la boîte, en fonction de x .


[Indices](#)
[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.68

La figure suivante décrit un rectangle inscrit dans un triangle isocèle droit dont l'hypoténuse a une longueur de 2 unités.

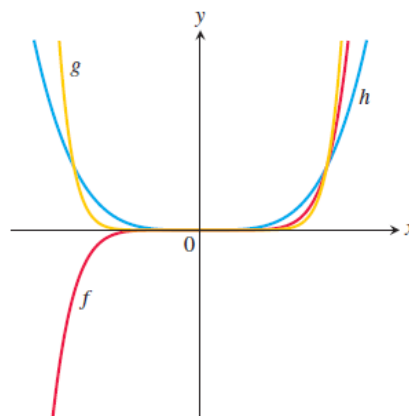
- Exprimer la coordonnée P en fonction de x . (Indice : vous pourriez commencer par écrire l'équation de la ligne AB).
- Exprimer la surface du rectangle en fonction de x .



[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.69**

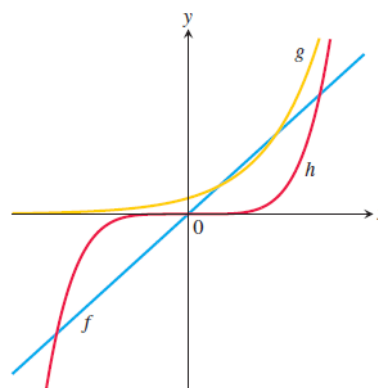
Sans utiliser de logiciel traceur, faites correspondre chaque équation avec son graphe. Justifier votre réponse.

a) $y = x^4$ b) $y = x^7$ c) $y = x^{10}$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.70**

Sans utiliser de logiciel traceur, faites correspondre chaque équation avec son graphe. Justifier votre réponse.

a) $y = 5x$ b) $y = 5^x$ c) $y = x^5$

[Indices](#)[Correction détaillée](#)**Exercice 1.1.71**

- a) Tracer le graphe des fonctions $f(x) = \frac{x}{2}$ et $g(x) = 1 + \left(\frac{4}{x}\right)$ sur le même repère afin d'identifier les valeurs de x pour lesquelles $\frac{x}{2} > 1 + \frac{4}{x}$

- b) Confirmer votre réponse en a) en effectuant le calcul algébrique.

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.72

- a) Tracer le graphe des fonctions $f(x) = \frac{3}{x-1}$ et $g(x) = \frac{2}{x+1}$ sur le même repère afin d'identifier les valeurs de x pour lesquelles $\frac{3}{x-1} < \frac{2}{x+1}$
- b) Confirmer votre réponse en a) en effectuant le calcul algébrique.

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.73

Pour qu'une courbe soit symétrique par rapport à l'axe x , le point (x, y) se trouve sur la courbe si et seulement si le point $(x, -y)$ s'y trouve aussi.

Expliquer pourquoi une courbe symétrique par rapport à l'axe x ne peut pas être le graphe d'une fonction, sauf si cette fonction est $y = 0$.

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.74

Trois cents livres vendus 40€ pièce, rapporteraient un revenu de $300 \times 40 = 1200\text{€}$. Pour chaque augmentation de 5€, on vendrait 25 livres de moins. Quel est le revenu R en fonction de x , le nombre de fois que l'on augmente le prix de 5€ / pièce.

[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.75

Un enclos a la forme d'un triangle isocèle rectangle. Les 2 côtés formant l'angle rectangle sont de longueurs x m. L'hypoténuse a une longueur h . La clôture coûte 5€/m pour les 2 côtés de même longueur et 10€/m pour l'hypoténuse. Décrire le coût C de la construction totale en fonction de h .

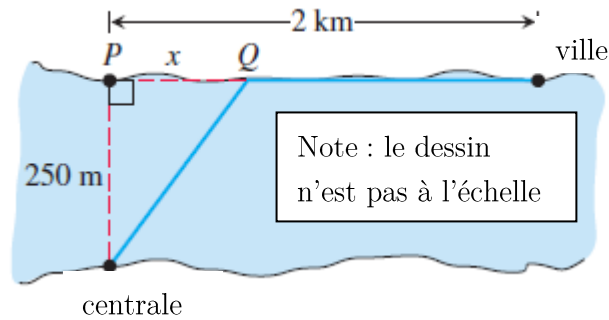
[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

Exercice 1.1.76

Une centrale électrique se trouve le long d'une rivière de 250 mètres de large. Afin de tirer un câble électrique entre la centrale et le centre-ville d'une ville située 2 km en aval de l'autre côté de la rivière, l'idée est de le faire passer par un point intermédiaire Q , situé de l'autre côté de la centrale. Le coût d'installation au-dessus de la rivière est de 180 €/m tandis que le coût sur terre (le long de la rivière) est de 100 €/m.

- a) Supposons que le câble va de la centrale au point Q sur la rive opposée, lequel point Q est situé à une distance x du point P , lequel point P est directement en face de la centrale. Ecrire la fonction C qui donne le coût d'installation du câble en fonction de la distance x .
- b) Générez une table de valeurs afin de déterminer si le coût d'exploitation minimum consiste à placer le point Q à plus ou à moins de 300 mètres du point P .



[Indices](#)

[Correction détaillée](#)

INDICES**Indice Exercice 1.1.1**

- a) Qu'est-ce qu'un domaine ?
- b) Qu'est-ce qu'une image ?
- c) Puis-je mettre n'importe quelle valeur de x dans $f(x) = 1 + x^2$?
- d) Tracer (même à la main en prenant quelques points particuliers ou avec un logiciel) la fonction $f(x) = 1 + x^2$. La fonction $f(x)$ peut-elle prendre n'importe quelle valeur ?

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.2**

- a) Qu'est-ce qu'un domaine ?
- b) Qu'est-ce qu'une image ?
- c) Puis-je mettre n'importe quelle valeur de x dans $f(x) = 1 - \sqrt{x}$?
- d) Tracer (même à la main en prenant quelques points particuliers ou avec un logiciel) la fonction $f(x) = 1 - \sqrt{x}$. La fonction $f(x)$ peut-elle prendre n'importe quelle valeur ?

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.3**

- a) Qu'est-ce qu'un domaine ?
- b) Qu'est-ce qu'une image ?
- c) Puis-je mettre n'importe quelle valeur de x dans $F(x) = \sqrt{5x + 10}$?
- d) Tracer (même à la main en prenant quelques points particuliers ou avec un logiciel) la fonction $F(x) = \sqrt{5x + 10}$. La fonction $F(x)$ peut-elle prendre n'importe quelle valeur ?

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.4**

- a) Qu'est-ce qu'un domaine ?
- b) Qu'est-ce qu'une image ?
- c) Puis-je mettre n'importe quelle valeur de x dans $g(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$?
- d) Tracer (même à la main en prenant quelques points particuliers ou avec un logiciel) la fonction $g(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$. La fonction $g(x)$ peut-elle prendre n'importe quelle valeur ?

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.5

- a) Qu'est-ce qu'un domaine ?
- b) Qu'est-ce qu'une image ?
- c) Puis-je mettre n'importe quelle valeur de t dans $f(t) = \frac{4}{3-t}$?
- d) Tracer (même à la main en prenant quelques points particuliers ou avec un logiciel) la fonction $f(t) = \frac{4}{3-t}$. La fonction $f(t)$ peut-elle prendre n'importe quelle valeur ?

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.6**

- a) Qu'est-ce qu'un domaine ?
- b) Qu'est-ce qu'une image ?
- c) Puis-je mettre n'importe quelle valeur de t dans $G(t) = \frac{2}{t^2-16}$?
- d) Tracer (même à la main en prenant quelques points particuliers ou avec un logiciel) la fonction $G(t) = \frac{2}{t^2-16}$. La fonction $G(t)$ peut-elle prendre n'importe quelle valeur ?

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.7**

- a) Revoyez le test dit de la règle (ou la ligne) verticale.
- b) Qu'est-ce qui caractérise une fonction ?

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.8**

- a) Revoyez le test dit de la règle (ou la ligne) verticale.
- b) Qu'est-ce qui caractérise une fonction ?

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.9

- a) Faites un dessin en nommant les côtés
- b) Rappelez-vous comment on trouve la surface d'un triangle.
- c) Rajouter une hauteur sur votre dessin
- d) Appliquez Pythagore pour trouver la hauteur en fonction d'un côté

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.10

- a) Faites un dessin en nommant les côtés
- b) Appliquez Pythagore pour trouver la longueur d'un côté en fonction de la diagonale.
- c) Quelle est la surface d'un carré ? Servez-vous du résultat obtenu en b)

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.11

- a) Faites un dessin du cube en nommant les côtés
- b) Appliquez Pythagore à 2 reprises pour trouver la longueur de la diagonale du cube. Déduisez la longueur d'un côté en fonction de la diagonale.
- c) Quelle est la surface d'un cube ? Servez-vous du résultat obtenu en b)
- d) Quel est le volume d'un cube ? Servez-vous du résultat obtenu en b)

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.12

- a) Tracez $f(x) = \sqrt{x}$ pour se fixer les idées (bien que ça ne soit pas strictement nécessaire ...).
- b) Sur la courbe représentative de $\sqrt{x}$, placez un point P n'importe où.
- c) Quelles sont les coordonnées de P ?
- d) Quelle est l'équation d'une droite qui passe par 0 ?
- e) Quelle est la pente d'une droite dans $y = ax + b$?
- f) Ecrivez x comme une fonction de la pente.

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.13

- a) Tracez $2x + 4y = 5$ (il suffit de prendre 2 points faciles (ex : $x = 0$ et $y = 0$)).

- b) Sur cette droite, placez un point (x, y) n'importe où.
- c) Que vaut y en fonction de x ?
- d) Appliquez Pythagore pour avoir la distance entre $(0,0)$ et (x, y) .

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.14

- a) Tracez $f(x) = \sqrt{x-3}$ (il suffit de prendre 2-3 points faciles (ex : $x = 3, x = 7$ et $x = 12$)).
- b) Sur cette droite, placez un point (x, y) n'importe où.
- c) Que vaut la distance entre 2 points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) ?
- d) Appliquez cette formule entre (x, y) et $(4,0)$
- e) Puisque $y = \sqrt{x-3}$, isolez x pour finalement trouver $L(y)$.

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.15

- a) Quelle est la particularité de $f(x)$?
- b) Combien de points de $f(x)$ faut-il connaître pour tracer sa 'courbe' représentative ?
- c) Y a-t-il des restrictions sur les valeurs de x pour une droite ?

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.16

- a) Que représente l'équation de $f(x)$.
- b) La parabole est-elle vers le haut ? vers le bas ?
- c) Comment trouver l'extremum d'une parabole ?
- d) Choisissez quelques points simples pour tracer son allure !

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.17

- a) Qu'est-ce qu'une valeur absolue ? Quel signe retourne toujours cette fonction ?
- b) De quel signe doit toujours être le radicande d'une racine carrée pour que la racine ait du sens ?
- c) Pouvez-vous décomposer cette fonction en 2 fonctions plus simples, selon le signe de x ?

- d) Choisissez quelques points simples pour tracer son allure !

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.18

- a) De quel signe doit toujours être le radicande d'une racine carrée pour que la racine ait du sens ?
b) Choisissez quelques points simples pour tracer son allure !

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.19

- a) Que vaut $|t|$ si $t < 0$?
b) Que vaut $|t|$ si $t > 0$?
c) Décomposez alors la fonction en 2 parties selon que $t < 0$ ou $t > 0$
d) La fonction a-t-elle un sens en 0 ?

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.20

- a) Que vaut $|t|$ si $t < 0$?
b) Que vaut $|t|$ si $t > 0$?
c) Décomposez alors la fonction en 2 parties selon que $t < 0$ ou $t > 0$
d) La fonction a-t-elle un sens en 0 ?

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.21

- a) De quel signe doit toujours être le radicande d'une racine carrée pour que la racine ait du sens ?
b) Quelle valeur ne peut jamais être prise par le dénominateur
c) La réalisation des 2 conditions (a) et (b) aboutiront chacune à 2 contraintes (soit 4 contraintes au total).

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.22

- a) On part de l'évidence que x^2 est toujours positif
- b) On tire la conclusion sur $x^2 + 9$, puis sur $\sqrt{x^2 + 9}$ puis sur $2 + \sqrt{x^2 + 9}$

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.23**

Pour les 2 exercices a) et b)

- a) Se rappeler qu'une valeur absolue se décompose en 2 cas
- b) Se rappeler que $\sqrt{(X)^2} = |X|$ et surtout pas (seulement) X !

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.24**

- a) Si cela vous semble plus simple, séparez tous les cas possibles
 - a. Quadrant où $x \geq 0$ et $y \geq 0$
 - b. Quadrant où $x \geq 0$ et $y \leq 0$
 - c. Quadrant où $x \leq 0$ et $y \geq 0$
 - d. Quadrant où $x \leq 0$ et $y \leq 0$
- b) Séparez les 2 cas possibles (càd, soit $|Z| = Z$ si $Z \geq 0$ et $|Z| = -Z$ si $Z \leq 0$)

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.25**

Aucune difficulté particulière, il suffit de savoir tracer une droite, en passant par 2 points particuliers. Dès lors qu'elles sont limitées sur un intervalle, ces droites sont en fait des segments.

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.26**

Aucune difficulté particulière, il suffit de savoir tracer une droite, en passant par 2 points particuliers. Dès lors qu'elles sont limitées sur un intervalle, ces droites sont en fait des segments.

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.27**

- a) Visualisez d'abord $f(x) = x^2$
- b) Puis visualisez $f(x) = -x^2$
- c) Rajoutez 4 pour visualisez $f(x) = 4 - x^2$
- d) Il suffit de tracer en prenant quelques points x faciles : $x = 1, x = 2, x = 3 \dots$

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.28

Aucune difficulté : l'allure des fonctions x et $\frac{1}{x}$ doit être connue par cœur à ce niveau ...

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.29

Pour chacun des 2 exercices, il suffit de calculer l'équation de la droite sur le tronçon donné, connaissant les 2 points de passage sur ce tronçon.

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.30

Pour chacun des 2 exercices, il suffit de calculer l'équation de la droite sur le tronçon donné, connaissant les 2 points de passage sur ce tronçon.

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.31

Pour chacun des 2 exercices, il suffit de calculer l'équation de la droite sur le tronçon donné, connaissant les 2 points de passage sur ce tronçon.

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.32

Pour chacun des 2 exercices, il suffit de calculer l'équation de la droite sur le tronçon donné, connaissant les 2 points de passage sur ce tronçon.

Dans le cas b), il ne s'agit même que de constantes, ce qui annule la recherche d'équations de droite ...

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.33

Il faut juste se rappeler de la définition :

$[x]$ est la fonction « partie entière par défaut » qui renvoie le plus grand entier inférieur ou égal à x .

$\lceil x \rceil$ est la fonction « partie entière par excès » qui renvoie le plus petit entier supérieur ou égal à x .

Ecrit de manière plus formelle :

$$\lceil x \rceil = m \Leftrightarrow m \leq x < m + 1$$

$$\lceil x \rceil = n \Leftrightarrow n - 1 < x \leq n$$

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.34

Rappelons les définitions :

$$\lfloor x \rfloor = m \Leftrightarrow m \leq x < m + 1$$

$$\lfloor x \rfloor = n \Leftrightarrow n - 1 < x \leq n$$

- Exprimez $\lfloor x \rfloor = m$ et $\lceil x \rceil = m$
- Il faut donc trouver quels sont les x qui satisfont la première définition **ET** en même temps la deuxième définition, sachant que m est entier ! Quels sont ces x ?...

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.35

- Est-ce vrai pour les entiers ? Servez-vous de [l'exercice 1.1.34](#) ...
- Est-ce vrai pour les réels positifs ? Que valent $\lfloor x \rfloor$ et $\lceil -x \rceil$ dans ce cas ?
- Est-ce vrai pour les réels négatifs ? Que valent $\lfloor x \rfloor$ et $\lceil -x \rceil$ dans ce cas ?
- Que conclut-on ?

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.36

Il suffit d'appliquer les définitions de $\lfloor x \rfloor$ pour les $x \geq 0$ et $\lceil -x \rceil$ pour les $x < 0$.

A savoir,

$\lfloor x \rfloor$ renvoie le plus grand entier inférieur ou égal à x .

$\lceil x \rceil$ renvoie le plus petit entier supérieur ou égal à x .

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.37

Quel est le domaine de la fonction ?

On peut utiliser un traceur ou
liens pour esquisser l'allure.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	8	1	0	-1	-8

prendre quelques points particuliers pour esquisser l'allure.
Ex :

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.38

Quel est le domaine de la fonction ?

On peut utiliser un traceur ou prendre quelques points particuliers adaptés pour esquisser l'allure.

Ex :

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$	$-\frac{1}{4}$	-1	-4	-16	indéterminé	-16	-4	-1	$-\frac{1}{4}$

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.39

Quel est le domaine de la fonction ?

On peut utiliser un traceur ou prendre quelques points particuliers adaptés pour esquisser l'allure.

Ex :

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	indéterminé	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.40

Quel est le domaine de la fonction ?

On peut utiliser un traceur ou prendre quelques points particuliers adaptés pour esquisser l'allure.

Ex :

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	indéterminé	4	2	1	$\frac{1}{2}$

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.41

Quel est le domaine de la fonction ?

On peut utiliser un traceur ou prendre quelques points particuliers adaptés pour esquisser l'allure.

Ex :

x	-9	-4	-1	0	1	4	9
$f(x)$	3	2	1	0	1	2	3

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.42

Quel est le domaine de la fonction ?

On peut utiliser un traceur ou prendre quelques points particuliers adaptés pour esquisser l'allure.

Ex :

x	-9	-4	-1	0
$f(x)$	3	2	1	0

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.43

Quel est le domaine de la fonction ?

On peut utiliser un traceur ou prendre quelques points particuliers adaptés pour esquisser l'allure.

Ex :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	$-\frac{2}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	1

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.44

On peut utiliser un traceur ou prendre quelques points particuliers adaptés pour esquisser l'allure.

Ex :

x	0	1	4	9
$f(x)$	0	-4	-8	-12

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.45

On peut utiliser un traceur ou prendre quelques points particuliers adaptés pour esquisser l'allure.

- Réécrivez $\frac{x^3}{2}$ sous forme de racine et d'exposant.
- Calculez ensuite le domaine de définition.

Ex :

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	-1	$-2\sqrt{2}$	$-3\sqrt{3}$

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.46

On peut utiliser un traceur ou prendre quelques points particuliers adaptés pour esquisser l'allure.

- Réécrivez $(-x)^{\frac{2}{3}}$ sous forme de racine et d'exposant (rappelez-vous : $a^{\frac{x}{n}} = \sqrt[n]{a^x}$)
- Calculez ensuite le domaine de définition.

c)

x	-8	-1	0	1	8
$f(x)$	4	1	0	1	4

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.47**

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
- b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$
- c) Faites le graphe d'une fonction constante ; que ça soit $f(x) = 3$ ou $f(x) = c \dots$

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.48**

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
- b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$
- c) Mettez $f(x) = x^{-5}$ sous une autre forme si cela vous aide. L'exposant '5' doit vous guider ...

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.49**

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
- b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$
- c) Visualisez la fonction $f(x) = x^2 + 1$ ou esquissez là, la réponse sera immédiate ...

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.50

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
- b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$
- c) Notez que x^2 est une fonction paire tandis que x est une fonction impaire
- d) Sachez qu'en général, la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire, n'est ni paire ni impaire ...

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.51

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
- b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$
- c) Notez que x^3 est une fonction impaire et que x est aussi une fonction impaire,
- d) Sachez que la somme de deux fonctions impaires est une fonction impaire ...
- e) Vérifiez-le !

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.52

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
- b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$
- c) Notez que x^4 est une fonction paire et que $3x^2 - 1$ est aussi une fonction paire,
- d) Sachez que la somme de deux fonctions paires est une fonction paire ...
- e) Vérifiez-le !

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.53

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
- b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$
- c) $x^2 - 1$ est-elle une fonction paire ou impaire ?
- d) Pourrez-vous conclure directement ce qu'il en est de $\frac{1}{x^2-1}$?

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.54**

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
- b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$
- c) Le numérateur (x) est clairement une fonction impaire alors que le dénominateur ($x^2 - 1$) est clairement une fonction impaire. Le produit d'une fonction paire par une fonction impaire est toujours une fonction ... impaire !

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.55**

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
- b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$

[Retour énoncé](#)**Indice Exercice 1.1.56**

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$

- b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.57

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$
c) Notez que $2t$ est une fonction impaire et que 1 est une fonction paire,
e) Sachez qu'en général, la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire, n'est ni paire ni impaire ...
d) Vérifiez-le !

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.58

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$
c) Notez que $|t|$ est une fonction paire et que 1 est aussi une fonction paire,
d) Sachez que la somme de deux fonctions paires est une fonction paire ...
e) Vérifiez-le !

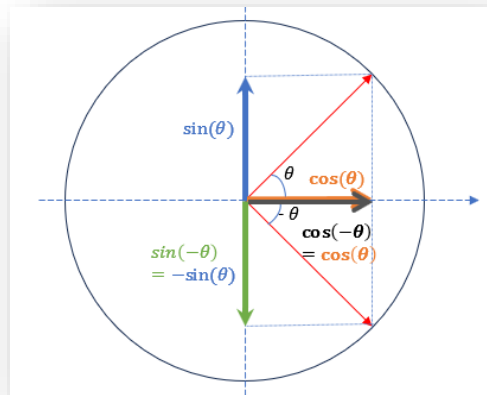
[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.59

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$

- c) VISUALISEZ les notions de sinus, cosinus, sur un cercle trigonométrique ainsi que **visualisez les relations de bases** ($\sin(-x) = \sin(x)$; $\cos(-x) = \cos(x)$) sur le cercle afin de ne surtout pas les apprendre par cœur !

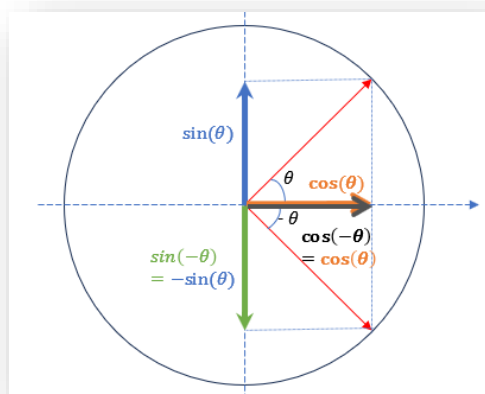


[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.60

Rappel :

- Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
- Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$
- VISUALISEZ les notions de sinus, cosinus, sur un cercle trigonométrique ainsi que **visualisez les relations de bases** ($\sin(-x) = \sin(x)$; $\cos(-x) = \cos(x)$) sur le cercle afin de ne surtout pas les apprendre par cœur !



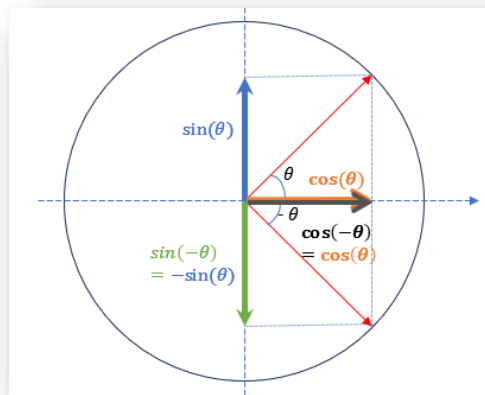
[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.61

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
- b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$

c) VISUALISEZ les notions de sinus, cosinus, sur un cercle trigonométrique ainsi que **visualisez les relations de bases** ($\sin(-x) = -\sin(x)$; $\cos(-x) = \cos(x)$) sur le cercle afin de ne surtout pas les apprendre par cœur !

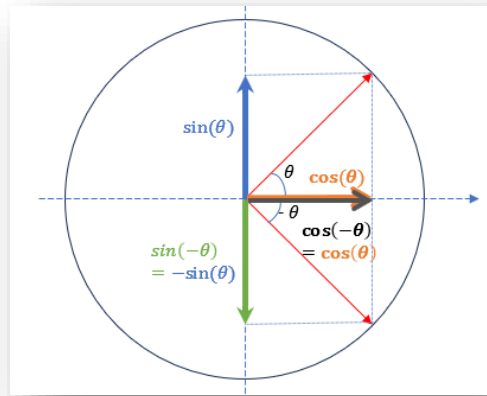


[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.62

Rappel :

- a) Une fonction est paire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'axe Y (ordonnées). Cela veut aussi dire : une fonction est paire $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$
- b) Une fonction est impaire $\Leftrightarrow$ elle est symétrique par rapport à l'origine (symétrie centrale). On réobtient donc la même fonction si on la tourne de 180° .
Cela veut aussi dire : une fonction est impaire $\Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$
- c) La fonction constante « 1 » est paire. La fonction $\cos(x)$ est paire. La somme de 2 fonctions paires est paire, donc $f(x) = 1 + \cos x$ devrait être ... (?)
- d) VISUALISEZ les notions de sinus, cosinus, sur un cercle trigonométrique ainsi que **visualisez les relations de bases** ($\sin(-x) = -\sin(x)$; $\cos(-x) = \cos(x)$) sur le cercle afin de ne surtout pas les apprendre par cœur !



[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.63

- a) Proportionnalité veut dire qu'il s'agit d'une droite passant par $(0,0)$.
- b) Autrement dit, la droite est de la forme : $s = k \cdot t$
- c) Insérez les données connues pour connaître k , le coefficient de proportionnalité
- d) Déduisez le nouveau t pour le s donné maintenant que vous connaissez k !

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.64

- a) Proportionnalité veut dire qu'il s'agit d'une droite passant par $(0,0)$.
- b) Autrement dit, la droite est de la forme : $T = k \cdot v^2$
- c) Insérez les données connues pour connaître k , le coefficient de proportionnalité
- d) Déduisez le nouveau T pour le v donné maintenant que vous connaissez k !

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.65

- a) Inversement proportionnel signifie une loi qui obéit à la relation $y = \frac{k}{x}$

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.66

- a) Inversement proportionnel signifie une loi qui obéit à la relation $y = \frac{k}{x}$
- b) En l'occurrence, ici : $P = \frac{k}{V}$ ou $P \cdot V = k$

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.67

Le volume d'un parallélépipède rectangle est simplement :

$$\text{Longueur}(L) \times \text{largeur}(l) \times \text{hauteur}(h).$$

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.68

- a) Dans ce genre de problème, il faut très souvent l'équation de la fonction par où passe (ici) $P(x)$.
- b) Appliquez (2 fois) Pythagore afin de trouver les coordonnées du point B .
- c) Il est maintenant facile de trouver l'équation de la droite passant par A et B .
- d) Quelle sont la longueur et la largeur du rectangle ?

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.69

- a) Quelles sont les fonctions paires et impaires dans la liste des propositions ?
- b) Quelles sont les fonctions paires et impaires dans les graphiques proposés ?
- c) Lorsque deux fonctions paires avec des exposants sont comparées, laquelle « monte » le plus vite quand $x > 1$?

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.70

- a) Quelles sont les fonctions paires et impaires dans la liste des propositions ?
- b) Quelles sont les fonctions paires et impaires dans les graphiques proposés ?
- c) Qu'est-ce qu'il reste ?

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.71

- a) Utilisation d'un simple traceur, style geogebra
- b) Il est indispensable de savoir construire un tableau de signes !

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.72

- a) Utilisation d'un simple traceur, style geogebra
- b) Il est indispensable de savoir construire un tableau de signes !

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.73

- a) Revoyez la définition d'une fonction
- b) Revoyez le test de la règle

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.74

Si vous ne voyez pas clair tout de suite, prenez 2-3 exemples comme $x = 1, x = 2 \dots$. Et regardez ce que devient la fonction de départ ($R = 300 \times 40$)

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.75

- a) Une simple application de Pythagore
- b) Exprimer x en fonction de h

[Retour énoncé](#)

Indice Exercice 1.1.76

- a) Une simple application de Pythagore

[Retour énoncé](#)

CORRECTIONS DÉTAILLÉES

Correction Exercice 1.1.1

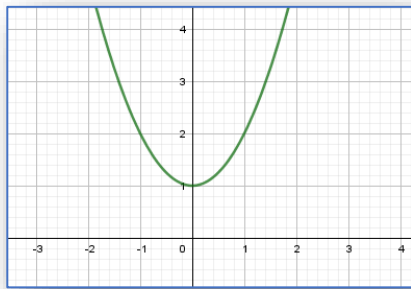
Rappelons que le **domaine de définition** d'une fonction $f(x)$ est l'ensemble de toutes les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ a une valeur réelle.

Ici, $f(x) = 1 + x^2$. Il est évident qu'il n'y a aucune restriction sur x et que quelle que soit la valeur de $x \in \mathbb{R}$, $f(x)$ aura une valeur réelle. Le domaine de la fonction f est donc $\mathcal{D}_f =]-\infty, +\infty[$, soit $\mathbb{R}$.

Rappelons que **l'ensemble image** d'une fonction $f(x)$ est l'ensemble des valeurs que peut prendre $f(x)$ lorsque la variable indépendante x varie sur tout le domaine de définition.

On sait que $\forall x$, x^2 est toujours positif ou égal à 0, c-à-d, $x^2 \geq 0$, donc $\forall x$, $x^2 + 1 \geq 1$.

Donc l'image de la fonction $f(x) = 1 + x^2$ est $\mathcal{I}_f = [1, +\infty[$



Note : $f(x)$ a l'allure suivante.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.2

Rappelons que le **domaine de définition** d'une fonction $f(x)$ est l'ensemble de toutes les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ a une valeur réelle.

Ici, $f(x) = 1 - \sqrt{x}$. Il y a donc une restriction ! Il faut impérativement que tout ce qui se trouve sous la racine carrée soit positif pour qu'elle ait du sens, donc on doit avoir $x \geq 0$.

Le domaine de la fonction f est donc $\mathcal{D}_f = [0, +\infty[$, soit $\mathbb{R}_+$.

Rappelons que **l'ensemble image** d'une fonction $f(x)$ est l'ensemble des valeurs que peut prendre $f(x)$ lorsque la variable indépendante x varie sur tout le domaine de définition.

On sait que $\forall x$, $\sqrt{x}$ est toujours positif ou égal à 0, c-à-d, $\sqrt{x} \geq 0$,

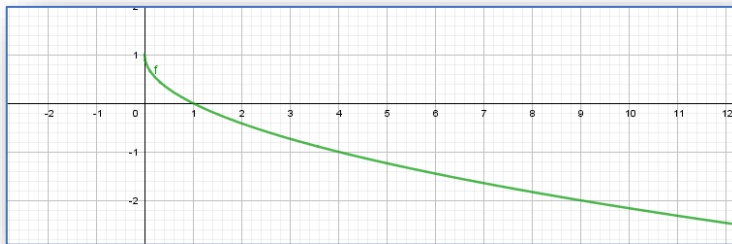
donc $\forall x$, $-\sqrt{x} \leq 0$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{x} + 1 \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 1 - \sqrt{x} \leq 1$$

Donc l'image de la fonction $f(x) = 1 - \sqrt{x}$ est $\mathcal{I}_f =]-\infty, 1]$

Note : $f(x)$ a l'allure suivante.



[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.3

Rappelons que le **domaine de définition** d'une fonction $f(x)$ est l'ensemble de toutes les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ a une valeur réelle.

Ici, $F(x) = \sqrt{5x - 10}$. Il y a donc une restriction ! Il faut impérativement que tout ce qui se trouve sous la racine carrée soit positif pour qu'elle ait du sens, donc on doit avoir $5x - 10 \geq 0$, soit $x \geq 2$

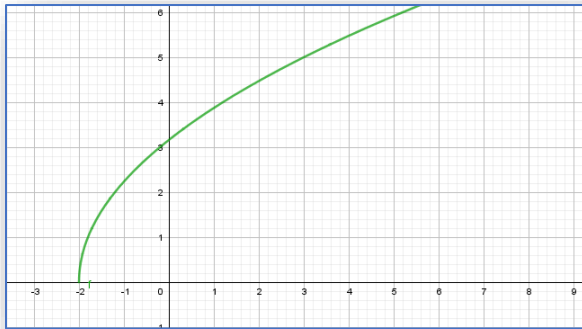
Le domaine de la fonction F est donc $\mathcal{D}_F = [2, +\infty[$.

Rappelons que l'**ensemble image** d'une fonction $f(x)$ est l'ensemble des valeurs que peut prendre $f(x)$ lorsque la variable indépendante x varie sur tout le domaine de définition.

On sait que $\forall x \in \mathcal{D}_F$, $\sqrt{5x + 10}$ est toujours positif ou égal à 0, c-à-d, $\sqrt{5x + 10} \geq 0$,

Donc l'image de la fonction $F(x) = \sqrt{5x - 10}$ est $\mathcal{I}_F = [0, +\infty[$

Note : $F(x)$ a l'allure suivante.



[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.4

Rappelons que le **domaine de définition** d'une fonction $f(x)$ est l'ensemble de toutes les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ a une valeur réelle.

Ici, $g(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$. Il y a donc une restriction ! Il faut impérativement que tout ce qui se trouve sous la racine carrée soit positif pour qu'elle ait du sens, donc on doit avoir $x^2 - 3x \geq 0$.

Or $x^2 - 3x = x(x - 3)$. Pour que $x(x - 3) \geq 0$, il y a 2 cas possibles :

Cas 1) $x \geq 0$ ET $x - 3 \geq 0$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ ET } x \geq 3 \text{ ce qui se résume par } x \geq 3$$

Cas 2) $x \leq 0$ ET $x - 3 \leq 0$

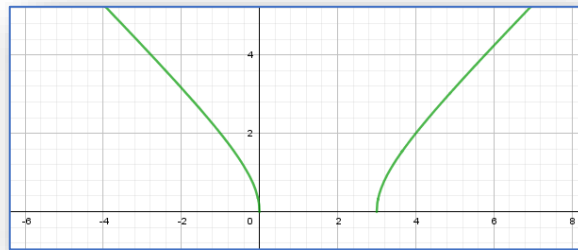
$$\Leftrightarrow x \leq 0 \text{ ET } x \leq 3 \text{ ce qui se résume par } x \leq 0$$

Dès lors, pour que $x^2 - 3x \geq 0$, il faut que $x \leq 0$ ou $x \geq 3$

Donc $\mathcal{D}_g =]-\infty, 0] \cup [3, +\infty[$

Pour les valeurs du domaine de définition $\mathcal{D}_g$, la racine sera toujours ≥ 0 . Donc $\mathcal{I}_g = [0, \infty[$.

Note : $g(x)$ a l'allure suivante.



[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.5

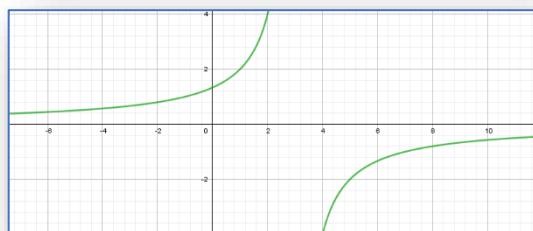
Rappelons que le **domaine de définition** d'une fonction $f(x)$ est l'ensemble de toutes les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ a une valeur réelle.

Ici, $f(t) = \frac{4}{3-t}$. Il y a donc une restriction ! Il faut impérativement que le dénominateur soit différent de 0, soit $3 - t \neq 0$ ou encore $t \neq 3$.

Le domaine de définition est donc $\mathcal{D}_f =]-\infty, 3[\cup]3, +\infty[$ ou aussi $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Le numérateur étant constant et le dénominateur pouvant prendre n'importe quelle valeur (sauf $t = 3$), $f(t)$ ne peut jamais évaluer 0. Donc, $\mathcal{I}_f =]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$.

Note : $f(t)$ a l'allure suivante :



[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.6

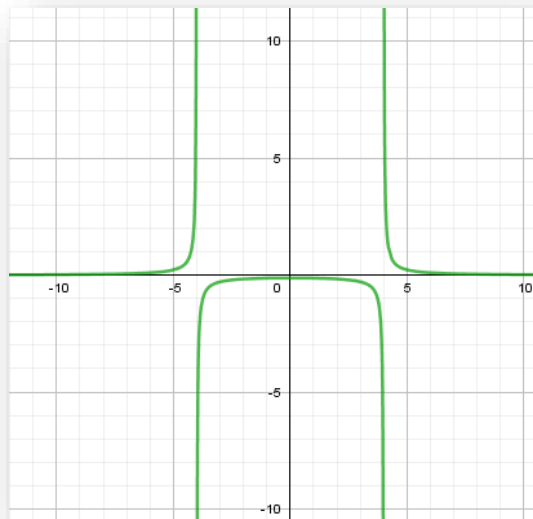
Rappelons que le **domaine de définition** d'une fonction $f(x)$ est l'ensemble de toutes les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ a une valeur réelle.

Ici, $G(t) = \frac{2}{t^2 - 16}$. Il y a donc une restriction ! Il faut impérativement que le dénominateur soit différent de 0, soit $t \neq -4$ et $t \neq 4$ (vu que $t^2 - 16 \neq 0 \Leftrightarrow (t - 4)(t + 4) \neq 0$)

Le domaine de définition est donc $\mathcal{D}_G =]-\infty, -4[\cup]-4, 4[\cup]4, +\infty[$ ou aussi $\mathbb{R} \setminus \{-4, 4\}$.

Le numérateur étant constant et le dénominateur pouvant prendre n'importe quelle valeur (sauf $t = -4$ et $t = 4$), $G(t)$ ne peut jamais évaluer 0. Donc, $\mathcal{I}_G =]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$

Note : $f(t)$ a l'allure suivante :



[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.7

1.1.7 a) Si on balaye la courbe avec une ligne verticale, il est clair qu'à droite du sommet de la parabole renversée, on va croiser 2 points où que l'on place la règle. Pour avoir une fonction, on ne peut croiser qu'un seul point au plus. C-à-d, qu'à un x ne peut correspondre qu'au plus un y , ce qui n'est pas le cas ici.

Donc, ça n'est pas une fonction !

1.1.7 b) En balayant la courbe avec une droite verticale, on ne croise jamais plus qu'un seul point, c-à-d, qu'à un x ne correspond au plus un y .

C'est donc une fonction !

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.8

1.1.8 a) Si on balaye de gauche à droite la courbe avec une ligne verticale, il est clair qu'à un moment donné, on va croiser 2, voire 3 points où que l'on place la règle. Pour avoir une fonction, on ne peut croiser qu'un seul point au plus. C-à-d, qu'à un x ne peut correspondre qu'au plus un y , ce qui n'est pas le cas ici.

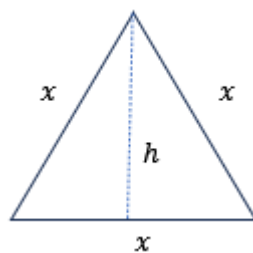
Donc, ça n'est pas une fonction !

1.1.8 b) Si on balaye de gauche à droite la courbe avec une ligne verticale, il est clair qu'à droite du sommet gauche de l'ellipse, on va croiser 2 points où que l'on place la règle. Pour avoir une fonction, on ne peut croiser qu'un seul point au plus. C-à-d, qu'à un x ne peut correspondre qu'au plus un y , ce qui n'est pas le cas ici.

Donc, ça n'est pas une fonction !

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.9



Le périmètre est la somme des longueurs de chaque côté, soit $P(x) = x + x + x = 3x$

$$\Rightarrow P(x) = 3x$$

La surface d'un triangle est $\frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$, soit ici, $S(x) = \frac{x \times h}{2}$.

Appliquant Pythagore sur un des deux triangles rectangles, on a :

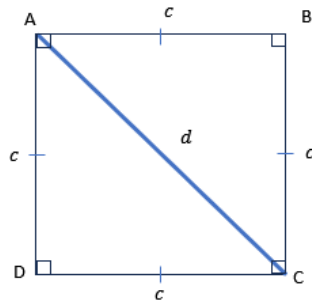
$$h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x^2 \Leftrightarrow h^2 = x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x^2 - \frac{x^2}{4} = \frac{3}{4}x^2 \rightarrow h = \sqrt{\frac{3}{4}} x = \frac{1}{2} \sqrt{3} x.$$

$$\text{Et finalement, } S(x) = \frac{x \times h}{2} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot x = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$$

$$\text{La réponse finale est : } P(x) = 3x \quad \text{et} \quad S(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.10



Appliquons Pythagore sur, par exemple, $\triangle ABC$: $c^2 + c^2 = d^2 \rightarrow 2c^2 = d^2 \rightarrow c(d) = \frac{1}{\sqrt{2}} d$

La surface est $c \times c$, donc, puisque $c = \frac{1}{\sqrt{2}} d$, $S(d) = \frac{1}{\sqrt{2}} d \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} d = \frac{d^2}{2}$

La réponse finale est : $c(d) = \frac{1}{\sqrt{2}} d$ et $S(d) = \frac{d^2}{2}$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.11

Cherchons tout d'abord, la longueur de d .

On effectue une première fois Pythagore sur le triangle HDC , pour trouver d_1 .

On a : $d_1^2 = c^2 + c^2 = 2c^2$. Ensuite, on réapplique une seconde fois au triangle EHC pour trouver la longueur de d . On a $d^2 = d_1^2 + c^2$.

Donc, $d^2 = 2c^2 + c^2 = 3c^2 \rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{3}} d$

La surface du cube est : $6 \times \text{surface}_{\text{face}} = 6 \times c^2 = 6 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 d^2 = 2 d^2$

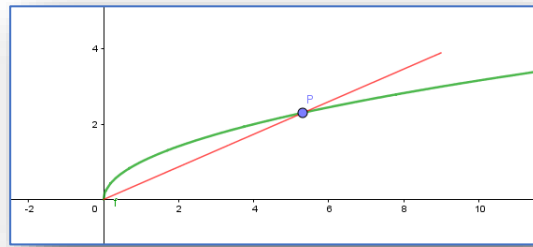
$$\Rightarrow S(d) = 2d^2$$

Le volume du cube est : $V = c^3 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 d^3 = \frac{1}{3\sqrt{3}} d^3$

$$\Rightarrow V(d) = \frac{1}{3\sqrt{3}} d^3$$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.12



Par définition, tout point sur une courbe représentative d'une fonction a pour coordonnées $(x, f(x))$. En particulier, puisqu'ici, $f(x) = \sqrt{x}$, le point P a pour coordonnée : $(x, \sqrt{x})$.

D'autre part, toute droite a pour équation générale : $y(x) = ax + b$. Or, si elle passe par 0, le coefficient b est nul. Il reste, dans notre cas précis, $y(x) = ax$ où a représente la pente (voir cours dédié sur les équations de droite). La pente, en tout point est donc $a = \frac{f(x)}{x}$.

Puisque $f(x) = \sqrt{x}$, la pente en x est donc $a = \frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

On a finalement : $\sqrt{x} = \frac{1}{a}$ et $x = \frac{1}{a^2}$ de sorte que le point $P = (x, \sqrt{x})$ peut s'exprimer en fonction de la pente a comme $P = (\frac{1}{a^2}, \frac{1}{a})$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.13



On a $2x + 4y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{4} - \frac{x}{2}$

La distance entre $(0,0)$ et (x,y) s'obtient par Pythagore appliqué au triangle rouge :

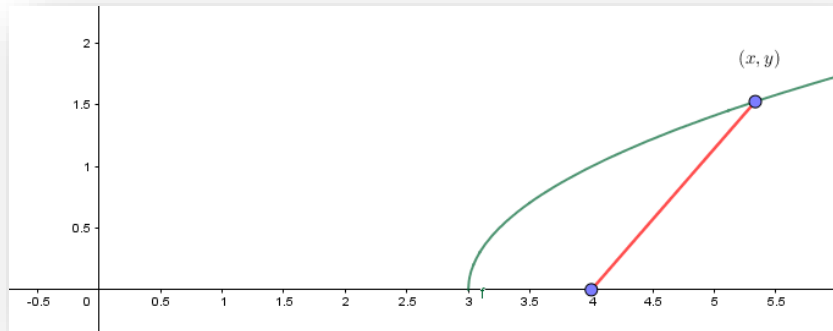
$$L^2 = x^2 + \left(\frac{5}{4} - \frac{x}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{25}{16} = \frac{1}{16}(20x^2 - 20x + 25)$$

Et donc $L(x) = \sqrt{\frac{1}{16}(20x^2 - 20x + 25)}$ ou encore $L(x) = \frac{1}{4}\sqrt{20x^2 - 20x + 25}$

Vérifions sur un cas particulier ! En $x = 0, L(0) = \frac{5}{4}$, c'est bien ce qu'indique la figure.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.14



On sait que la distance entre 2 points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) vaut $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Dans notre cas : $(x_1, y_1) \equiv (4, 0)$ et $(x_2, y_2) \equiv (x, y)$

$$\text{Donc } L = \sqrt{(x - 4)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{x^2 - 8x + 16 + y^2}$$

Or la fonction est : $y = \sqrt{x - 3}$ donc $y^2 = x - 3$ et alors : $L = \sqrt{x^2 - 8x + 16 + x - 3} = \sqrt{x^2 - 7x + 13}$.

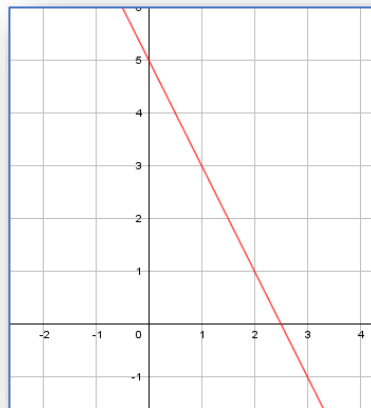
Or, on nous demande L en fonction de y . Vu que $y^2 = x - 3 \rightarrow x = y^2 + 3$.

$$\text{Donc, } L(y) = \sqrt{(y^2 + 3)^2 - 7(y^2 + 3) + 13} = \sqrt{y^4 + 6y^2 + 9 - 7y^2 - 21 + 13}$$

$$\Rightarrow L(y) = \sqrt{y^4 - y^2 + 1}$$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.15



$f(x) = 5 - 2x$ étant l'équation d'une droite, il suffit de prendre 2 points pour la tracer. Autant prendre 2 points simples. Exemple :

$$x = 0 \rightarrow y = 5$$

$$x = 1 \rightarrow y = 3$$

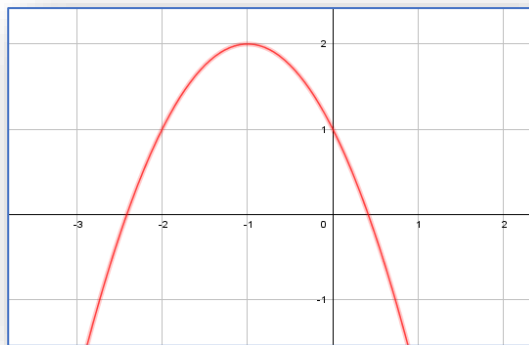
x pouvant prendre n'importe quelle valeur, le domaine de définition est $\mathbb{R} \rightarrow \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.16

$$f(x) = 1 - 2x - x^2$$

C'est l'équation d'une parabole.



Il suffit de prendre quelques points simples pour tracer rapidement la parabole, ou un traceur, ou, faire la recherche d'un extremum en annulant la dérivée première.

Points simples :

$$x = 0 \rightarrow y = 1$$

$$x = -1 \rightarrow y = 2$$

$$x = -2 \rightarrow y = 1$$

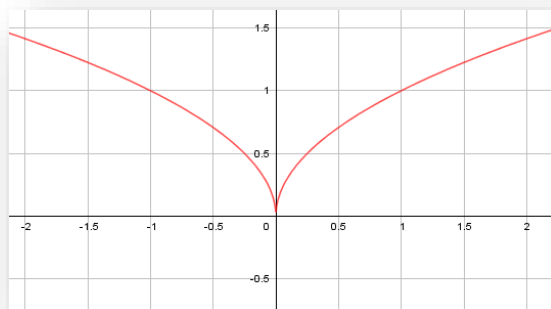
Accessoirement, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \rightarrow x = -1$ correspond au maximum (car $f(x)$ est concave vu que le coefficient de x^2 est négatif).

Toutes les valeurs de x sont permises, donc $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.17

$$g(x) = \sqrt{|x|}$$



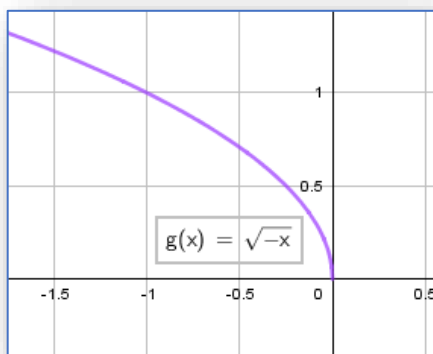
Le radicande (expression sous la racine) doit toujours être positif. C'est le cas ici, puisqu'une valeur absolue de n'importe quel nombre renvoie toujours un nombre positif ! Dès lors, toutes les valeurs de x sont permises et $\mathcal{D}_g = \mathbb{R}$.

Le tracé est facile : du côté des $x \geq 0$, il s'agit simplement de $g(x) = \sqrt{x}$. Du côté des $x \leq 0$, il s'agit de $g(x) = \sqrt{-x}$.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.18

$$g(x) = \sqrt{-x}$$



Le radicande (expression sous la racine) doit toujours être positif, donc ici :

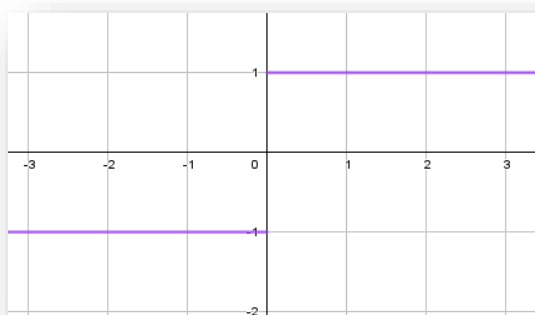
$$-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$$

Le domaine de définition est donc : $] -\infty, 0]$ ou $\mathbb{R}^-$.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.19

$$F(t) = t/|t|$$



Deux cas sont possibles :

Cas 1 : $t < 0$. Alors, $|t| = -t$ et $F(t) = \frac{t}{-t} = -1$

Cas 2 : $t > 0$. Alors, $|t| = t$ et $F(t) = \frac{t}{t} = 1$

Le cas $t = 0$ n'est pas possible car indéterminé ($0/0$).

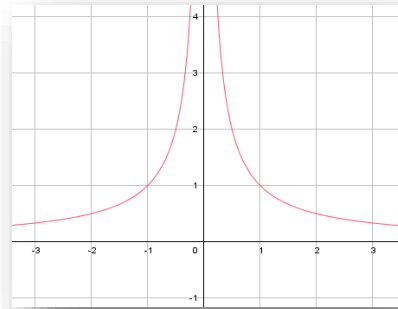
Le graphe est donc évident : $F(t) = -1$ sur $] -\infty, 0[$ et $F(t) = 1$ sur $]0, \infty[$.

Le domaine de définition est donc $\mathcal{D}_F = \mathbb{R}_0$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.20

$$G(t) = 1/|t|$$



Deux cas sont possibles :

Cas 1 : $t < 0$. Alors, $|t| = -t$ et $G(t) = \frac{-1}{t}$

Cas 2 : $t > 0$. Alors, $|t| = t$ et $G(t) = \frac{1}{t}$

Le cas $t = 0$ n'est pas possible car indéterminé ($1/0$).

Le graphe est donc évident : $G(t) = -\frac{1}{t}$ sur $] -\infty, 0[$ et $G(t) = \frac{1}{t}$ sur $]0, \infty[$.

Le domaine de définition est donc $\mathcal{D}_G = \mathbb{R}_0$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.21

$$y = \frac{x+3}{4-\sqrt{x^2-9}}$$

Plusieurs conditions doivent être réunies :

Condition 1 : Le radicande doit être toujours positif. Donc, $\sqrt{x^2 - 9} \geq 0$.

$$\sqrt{x^2 - 9} \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 9 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq 9 \Leftrightarrow \sqrt{x^2} \geq 3 \Leftrightarrow |x| \geq 3$$

Ce qui est vrai si $\boxed{x \geq 3}$ OU $-x \geq 3$, c-à-d, $\boxed{x \leq -3}$

Ci-dessus, j'ai volontairement bien détaillé l'étape $x^2 \geq 9 \Leftrightarrow \sqrt{x^2} \geq 3 \Leftrightarrow |x| \geq 3$ afin de bien rappeler que $x^2 \geq 9$ a **2** solutions vu que $\sqrt{(x)^2} \neq x$, mais bien $\sqrt{(x)^2} = |x|$ (piège classique !)

Condition 2 : Il faut également que le dénominateur soit non nul, c-à-d, que $4 - \sqrt{x^2 - 9} \neq 0$.

$$4 - \sqrt{x^2 - 9} \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 9} \neq 4 \Leftrightarrow x^2 - 9 \neq 16 \Leftrightarrow x^2 \neq 25$$

Donc, il faut aussi que $x \neq 5$ OU $x \neq -5$

Mettant ces 4 contraintes ensembles, on a :

$$\mathcal{D}_y =] - \infty, -5[\cup] - 5, -3] \cup [3, 5[\cup]5, +\infty[$$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.22

On cherche l'image de $y = 2 + \sqrt{9 + x^2}$

On commence par le 'noyau' sous la racine :

$$x^2 \geq 0 \text{ (toujours), donc } x^2 + 9 \geq 9 \rightarrow \sqrt{x^2 + 9} \geq 3 \rightarrow 2 + \sqrt{x^2 + 9} \geq 5$$

D'autre part, x n'a aucune limite supérieure.

On a donc $\mathcal{I}m_y = [5, \infty[$

[Retour énoncé](#)

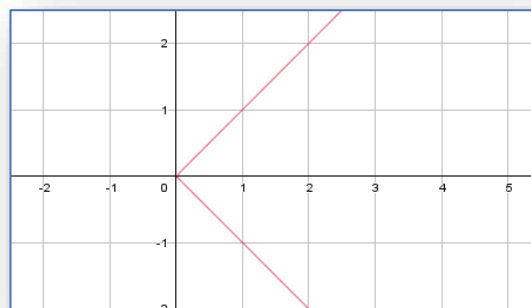
Correction Exercice 1.1.23

a) $|y| = x$

Si $y \geq 0$, $|y| = y$ et donc $y = x$

Si $y \leq 0$, $|y| = -y$ et donc $-y = x$, soit $y = -x$

Le graphe est donc :



Cela n'est pas une fonction car ici, une valeur x peut avoir plusieurs (2 en l'occurrence) valeurs de $f(x)$, ce qui est interdit pour une fonction. On peut aussi dire que le graphe ne passe pas le test de la règle verticale.

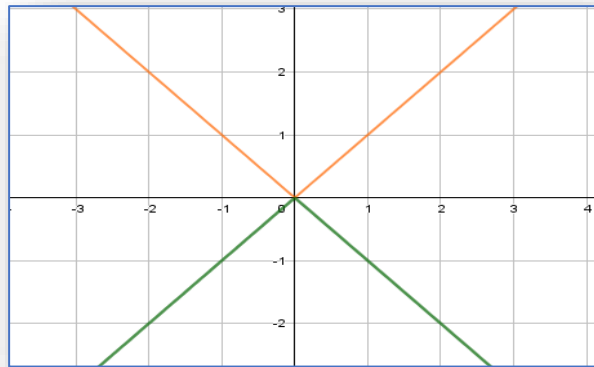
b) $y^2 = x^2$

Une manière de visualiser est de passer à la racine : $\sqrt{y^2} = \sqrt{x^2}$ et de surtout se rappeler que $\sqrt{X^2} = |X|$ (et non pas X !). Donc $\sqrt{y^2} = \sqrt{x^2} \Leftrightarrow |y| = |x|$

$\Rightarrow$ Cas 1) $y \geq 0$, alors $|y| = y$ et donc $y = |x|$

$\Rightarrow$ Cas 2) $y \leq 0$, alors $|y| = -y$ et donc $y = -|x|$

Le graphe est :



Cela n'est pas une fonction car ici, une valeur x peut avoir plusieurs (2 en l'occurrence) valeurs de $f(x)$, ce qui est interdit pour une fonction. On peut aussi dire que le graphe ne passe pas le test de la règle verticale.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.24

a. $|x| + |y| = 1$

Pour tracer $|x| + |y| = 1$, il y a plusieurs manières de faire ...

A) On peut considérer 4 cas possibles, qui mènent à 4 droites

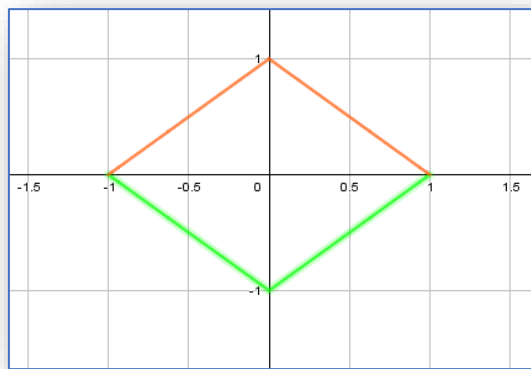
1. Quadrant $x \geq 0$ et $y \geq 0 \Rightarrow |x| = x$ et $|y| = y \Rightarrow y = 1 - x$

2. Quadrant $x \geq 0$ et $y \leq 0 \rightarrow |x| = x$ et $|y| = -y \rightarrow y = x - 1$
3. Quadrant $x \leq 0$ et $y \geq 0 \rightarrow |x| = -x$ et $|y| = y \rightarrow y = 1 + x$
4. Quadrant $x \leq 0$ et $y \leq 0 \rightarrow |x| = -x$ et $|y| = -y \rightarrow y = -x - 1$

Ou plus rapidement :

B) 1. Partie $y \geq 0$: alors $|y| = y$ et donc $|x| + y = 1 \rightarrow y = 1 - |x|$

2. Partie $y \leq 0$: alors $|y| = -y$ et donc $|x| - y = 1 \rightarrow y = |x| - 1$



Cela n'est pas une fonction car ici, une valeur x peut avoir plusieurs (2 en l'occurrence) valeurs de $f(x)$, ce qui est interdit pour une fonction. On peut aussi dire que le graphe ne passe pas le test de la règle verticale.

b. $|x + y| = 1$

2 cas :

Cas 1 : $x + y \geq 0$, alors $|x + y| = x + y$ et donc, $x + y = 1 \Leftrightarrow y = 1 - x$

Cas 2 : $x + y \leq 0$, alors $|x + y| = -(x + y)$ et donc, $-x - y = 1 \Leftrightarrow y = -x - 1$

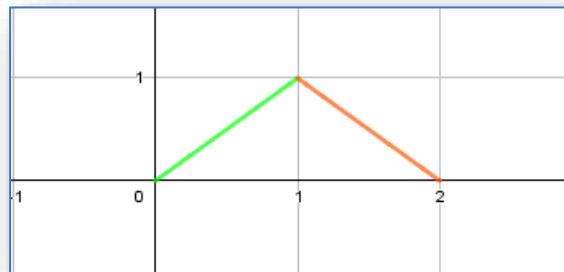


Cela n'est pas une fonction car ici, une valeur x peut avoir plusieurs (2 en l'occurrence) valeurs de $f(x)$, ce qui est interdit pour une fonction. On peut aussi dire que le graphe ne passe pas le test de la règle verticale.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.25

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$



[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.26

$$g(x) = \begin{cases} 1 - x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$



[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.27

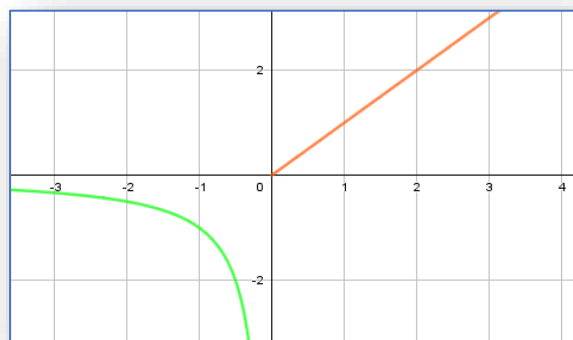
$$F(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & x \leq 1 \\ x^2 + 2x, & x > 1 \end{cases}$$



[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.28

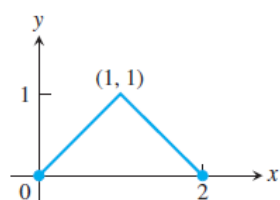
$$G(x) = \begin{cases} 1/x, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \end{cases}$$



[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.29

a)



Le premier segment est évident, il s'agit de $f(x) = x$ (puisque'elle passe par $(0,0)$ et $(1,1)$).

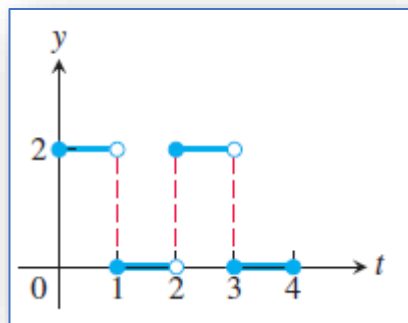
Pour le deuxième segment, il suffit de remarquer qu'il s'agit de la fonction $f(x) = -x$ à laquelle on a rajouté '2' (on voit bien qu'elle passerait par $(0,2)$ si elle était prolongée. Il s'agit donc de $f(x) = -x + 2$

Si vous n'êtes pas convaincu... l'équation de cette droite est $y = ax + b$ et passe par $(1,1)$ et $(2,0)$. Cela mène à 2 équations simples : $\begin{cases} 1 = a + b \\ 2 = 0 + b \end{cases} \rightarrow b = 2$ et $a = -1$ donc : $y = -x + 2$.

La fonction par morceaux s'écrit donc :

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

b)



Sur les intervalles $[0,1[$ et $[2,3[$, il s'agit clairement de la fonction constante $f(t) = 2$.

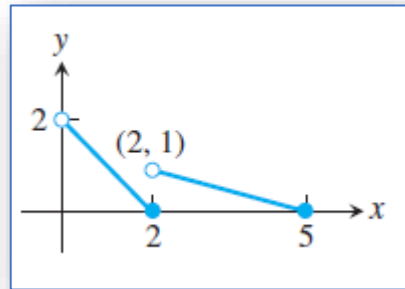
Sur les intervalles $[1,2[$ et $[3,4]$, il s'agit de la fonction constante $f(t) = 0$.

La fonction est donc :
$$f(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & 1 \leq t < 2 \\ 2, & 2 \leq t < 3 \\ 0, & 3 \leq t \leq 4 \end{cases}$$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.30

a)



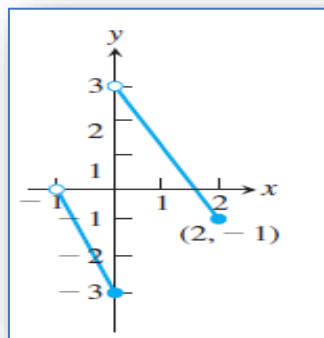
Le premier segment : il suffit de remarquer qu'il s'agit de la fonction $f(x) = -x$ à laquelle on a rajouté '2'. Il s'agit donc de $f(x) = -x + 2$

Si vous n'êtes pas convaincu... l'équation de cette droite est $y = ax + b$ et passe par $(0,2)$ et $(2,0)$. Cela mène à 2 équations simples : $\begin{cases} 2 = 0 + b \\ 0 = 2a + b \end{cases} \rightarrow b = 2 \text{ et } a = -1 \text{ donc : } y = -x + 2.$

Le deuxième segment est une droite d'équation $y = ax + b$ et passe par $(2,1)$ et $(5,0)$. Cela mène à 2 équations simples : $\begin{cases} 1 = 2a + b \\ 0 = 5a + b \end{cases} \rightarrow a = -\frac{1}{3} \text{ et } b = \frac{5}{3} \text{ donc : } y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}.$

La fonction est donc : $f(x) = \begin{cases} -x + 2, & 0 < x \leq 2 \\ -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}, & 2 < x \leq 5 \end{cases}$

b)



Le premier segment est une droite d'équation $y = ax + b$ et passe par $(-1,0)$ et $(0,-3)$. Cela mène à 2 équations simples : $\begin{cases} 0 = -a + b \\ -3 = 0 + b \end{cases} \rightarrow b = -3 \text{ et } a = -3 \text{ donc : } y = -3x - 3$

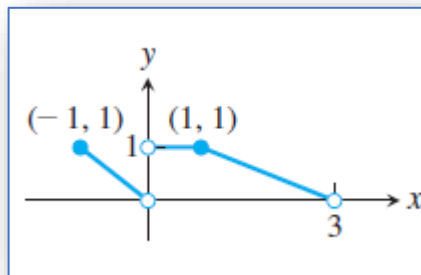
Le deuxième segment est une droite d'équation $y = ax + b$ et passe par $(0,3)$ et $(2,-1)$. Cela mène à 2 équations simples : $\begin{cases} 3 = 0 + b \\ -1 = 2a + b \end{cases} \rightarrow$ et $b = 3$ et $a = -2$ donc : $y = -2x + 3$

La fonction est donc : $f(x) = \begin{cases} -3x - 3, & -1 < x \leq 0 \\ -2x + 3, & 0 < x \leq 2 \end{cases}$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.31

a)



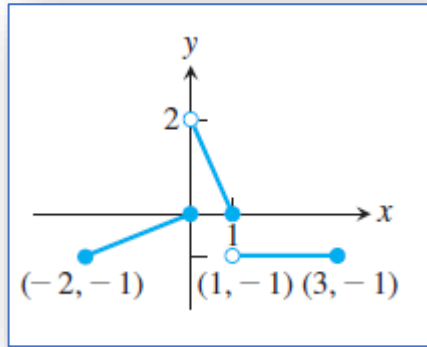
Premier segment : c'est une droite d'équation $y = ax + b$ et passe par $(-1,1)$ et $(0,0)$. Cela mène à 2 équations simples : $\begin{cases} 1 = -a + b \\ 0 = 0 + b \end{cases} \rightarrow$ et $b = 0$ et $a = -1$ donc : $y = -x$ (ce qui aurait du être immédiatement visible à ce niveau ...).

Deuxième segment : il s'agit de la constante $f(x) = 1$.

Troisième segment : c'est une droite d'équation $y = ax + b$ et passe par $(1,1)$ et $(3,0)$. Cela mène à 2 équations simples : $\begin{cases} 1 = a + b \\ 0 = 3a + b \end{cases} \rightarrow$ et $a = -\frac{1}{2}$ et $b = \frac{3}{2}$ donc : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

$$\text{La fonction est donc : } f(x) = \begin{cases} -x, & -1 \leq x < 0 \\ 1, & 0 < x \leq 1 \\ -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}, & 1 < x < 3 \end{cases}$$

b)



Premier segment : c'est une droite d'équation $y = ax + b$ et passe par $(-2, -1)$ et $(0, 0)$. Cela mène à 2 équations simples : $\begin{cases} -1 = -2a + b \\ 0 = 0 + b \end{cases} \rightarrow$ et $b = 0$ et $a = \frac{1}{2}$ donc : $y = \frac{1}{2}x$

Deuxième segment : c'est une droite d'équation $y = ax + b$ et passe par $(0, 2)$ et $(1, 0)$. Cela mène à 2 équations simples : $\begin{cases} 2 = 0 + b \\ 0 = a + b \end{cases} \rightarrow$ et $b = 2$ et $a = -2$ donc : $y = -2x + 2$

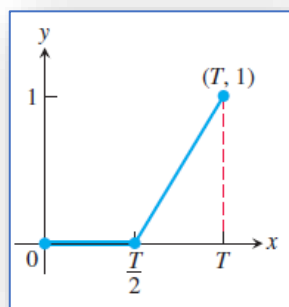
Troisième segment : il s'agit de la constante $f(x) = -1$.

$$\text{La fonction est donc : } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & -2 \leq x \leq 0 \\ -2x + 2, & 0 < x \leq 1 \\ -1, & 1 < x \leq 3 \end{cases}$$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.32

a)

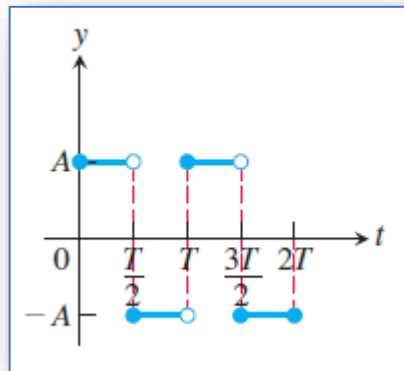


Premier segment : il s'agit de la constante $f(x) = 0$.

Deuxième segment : c'est une droite d'équation $y = ax + b$ et passe par $(\frac{T}{2}, 0)$ et $(T, 1)$. Cela mène à 2 équations simples : $\begin{cases} 0 = \frac{T}{2}a + b \\ 1 = aT + b \end{cases} \rightarrow$ et $a = \frac{2}{T}$ et $b = -1$ donc : $y = \frac{2}{T}x - 1$

La fonction est donc : $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq \frac{T}{2} \\ \frac{2}{T}x - 1, & \frac{T}{2} < x \leq T \end{cases}$

b)



Premier et troisième segment : il s'agit de la constante $f(x) = A$.

Deuxième segment et quatrième segments : il s'agit de la constante $f(x) = -A$.

La fonction est donc : $f(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ -A, & \frac{T}{2} \leq t < T \\ A, & T \leq t < \frac{3T}{2} \\ -A, & \frac{3T}{2} \leq t \leq 2T \end{cases}$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.33

a) $[x] = 0$?

Par définition, pour tous les nombres x tels que $x \in [0, 1[$, càd, de 0 à 0.9999...

b) $[x] = 0$?

Par définition, pour tous les nombres x tels que $x \in]-1, 0]$, càd, de -0.9999 ... à 0.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.34

Quels nombres réels x satisfont l'équation $[x] = [x]$?

Rappelons que :

$$[x] = m \Leftrightarrow m \leq x < m + 1$$

$$[x] = n \Leftrightarrow n - 1 < x \leq n$$

Si $\lfloor x \rfloor = \lceil x \rceil = m$, il faut à la fois : $m \leq x < m+1$ et $m-1 < x \leq m$, ce qui veut dire :

$$m-1 < x \leq m \leq x < m+1$$

m étant un **entier**, l'unique possibilité de vérifier que $x \leq m \leq x$ est que $x = m$!

Autrement dit $\lfloor x \rfloor = \lceil x \rceil$ est vérifiée quel que soit x entier ou encore $x \in \mathbb{Z}$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.35

Si x est un **entier**, nous avons vu à [l'exercice 34](#), que $\lfloor x \rfloor = \lceil x \rceil = x$.
Donc $\lfloor -x \rfloor = -x$ et $\lceil -x \rceil = -x$. On a donc bien $\lfloor -x \rfloor = -\lceil x \rceil$ pour les entiers et 0 aussi, en particulier.

Prenons maintenant **x , un réel positif**.

Alors $\lfloor -x \rfloor = -k$, $-k$ étant l'entier directement supérieur à $-x$. (ex : $\lfloor -2.59 \rfloor = -2$).

Mais aussi, $\lceil x \rceil = k$, k étant l'entier directement inférieur à x . (ex : $\lceil 2.59 \rceil = 2$).

On a bien que : $\lfloor -x \rfloor = -k = -\lceil x \rceil$

Le raisonnement est bien sûr le même pour **x réel négatif**.

Alors $\lfloor -x \rfloor = k$, k étant l'entier directement supérieur à x . (ex : $\lfloor 2.59 \rfloor = 3$).

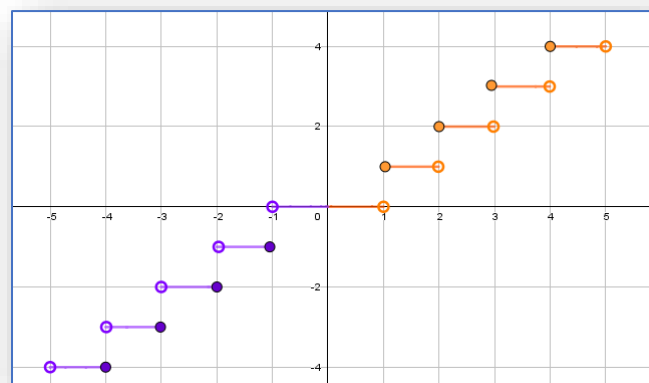
Mais aussi, $\lceil x \rceil = -k$, $-k$ étant l'entier directement inférieur à x . (ex : $\lceil -2.59 \rceil = -3$).

On a bien que : $\lfloor -x \rfloor = k = -\lceil x \rceil$

L'assertion $\lfloor -x \rfloor = -\lceil x \rceil$ est donc vraie pour tout réel x .

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.36



On appelle $f(x)$ la ‘partie entière de x ’, car bien que $x \in \mathbb{R}$, $f(x)$ renvoie une valeur entière, càd $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$ et $\mathcal{I}m_f = \mathbb{Z}$.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.37



S'obtient soit au traceur soit en s'aidant de points de passages particuliers tel que :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	8	1	0	-1	-8

Il y a une symétrie centrale par rapport à l'origine. Elle est impaire (càd $f(x) = -f(-x)$).

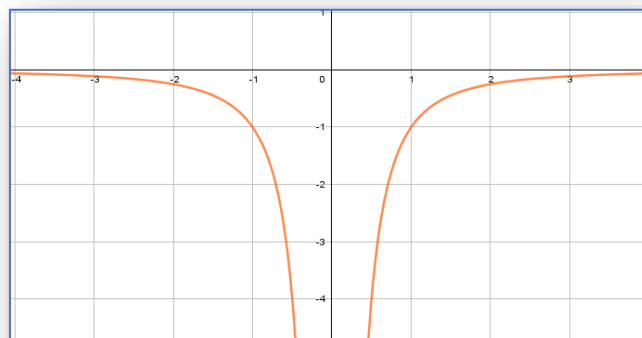
Elle est décroissante sur tout $\mathbb{R}$.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.38

Avec un traceur ou un tableau de points de passage particulier comme par exemple :

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$	$-\frac{1}{4}$	-1	-4	-16	indéterminé	-16	-4	-1	$-\frac{1}{4}$



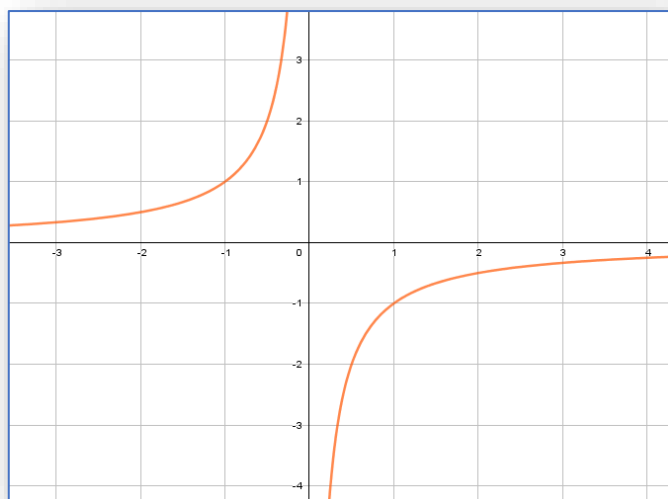
Il existe une symétrie par rapport à l'axe Y (fonction paire, càd : $f(x) = f(-x)$).

La fonction est décroissante sur $] -\infty, 0[$ et croissante sur $]0, \infty[$.

[Retour énoncé](#)
Correction Exercice 1.1.39

Avec un traceur ou un tableau de points de passage particulier comme par exemple :

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	indéterminé	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$



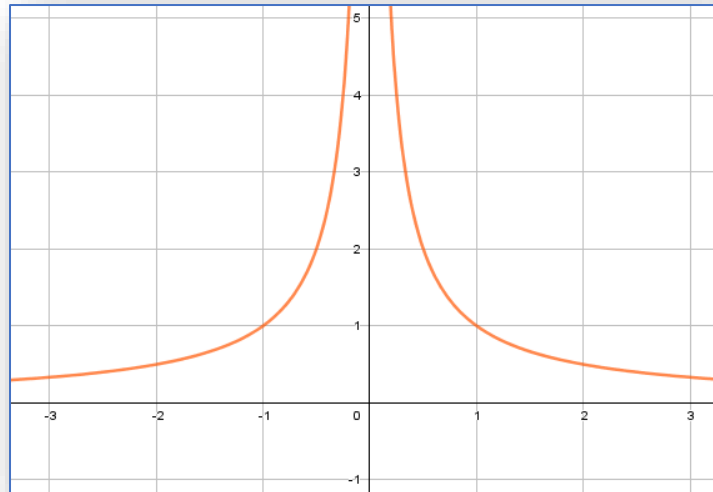
Il y a une symétrie centrale par rapport à l'origine. Elle est impaire (càd $f(x) = -f(-x)$).

La fonction est croissante sur $] -\infty, 0[$ et croissante également sur $]0, \infty [$.

[Retour énoncé](#)
Correction Exercice 1.1.40

Avec un traceur ou un tableau de points de passage particulier comme par exemple :

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	indéterminé	4	2	1	$\frac{1}{2}$



Il existe une symétrie par rapport à l'axe Y (fonction paire, càd : $f(x) = f(-x)$).

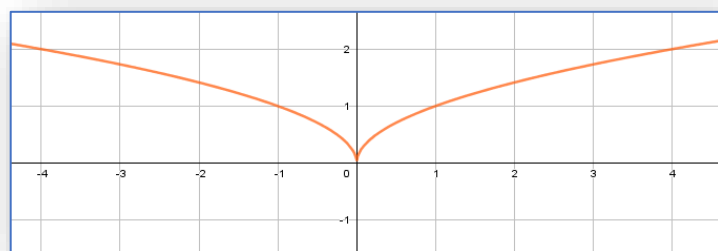
La fonction est croissante sur $] -\infty, 0[$ et décroissante sur $]0, \infty [$.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.41

Avec un traceur ou un tableau de points de passage particulier comme par exemple :

x	-9	-4	-1	0	1	4	9
$f(x)$	3	2	1	0	1	2	3



Il existe une symétrie par rapport à l'axe Y (fonction paire, càd : $f(x) = f(-x)$).

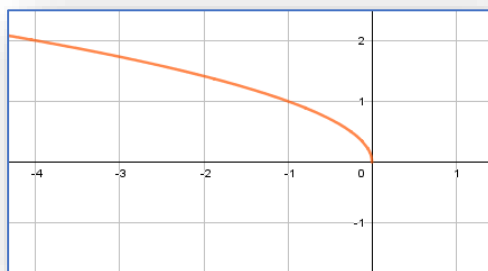
La fonction est décroissante sur $] -\infty, 0[$ et croissante sur $]0, \infty [$.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.42

Avec un traceur ou un tableau de points de passage particulier comme par exemple :

x	-9	-4	-1	0
$f(x)$	3	2	1	0



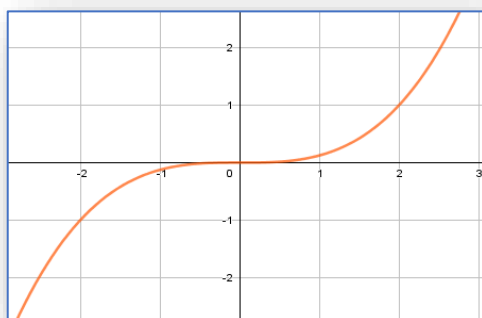
Il n'y a aucune symétrie. La fonction est décroissante sur $] -\infty, 0]$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.43

Avec un traceur ou un tableau de points de passage particulier comme par exemple :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	$-\frac{2}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$



Il y a une symétrie centrale par rapport à l'origine. Elle est impaire (càd $f(x) = -f(-x)$).

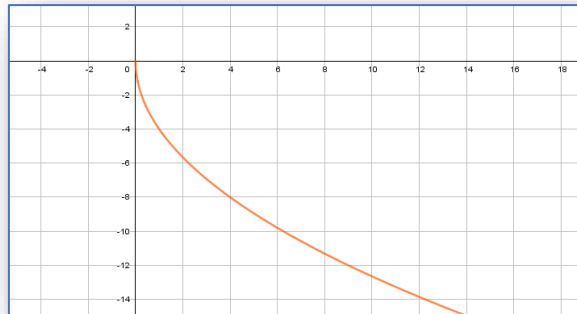
La fonction est croissante sur tout l'intervalle $] -\infty, +\infty[$.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.44

Avec un traceur ou un tableau de points de passage particulier comme par exemple :

x	0	1	4	9
$f(x)$	0	-4	-8	-12



Il n'y a aucune symétrie. La fonction est décroissante sur $[0, \infty[$

[Retour énoncé](#)

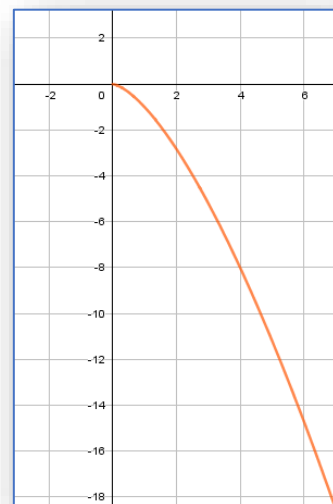
Correction Exercice 1.1.45

Avec un traceur ou un tableau de points de passage particulier..

Notez avant tout que $-x^{\frac{3}{2}} = -\sqrt{x^3}$ avec $\mathcal{D}_f = [0, \infty[$

x	0	1	4	9
$f(x)$	0	-4	-8	-12

Il n'y a aucune symétrie. La fonction est décroissante sur $[0, \infty[$



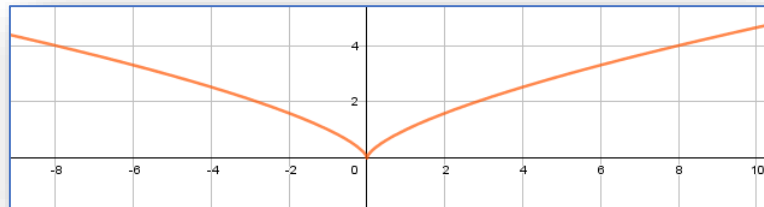
[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.46

Avec un traceur ou un tableau de points de passage particulier.

Notez avant tout que $(-x)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(-x)^2} = \sqrt[3]{x^2}$ avec $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$ (Rappel : $a^{\frac{x}{n}} = \sqrt[n]{a^x}$)

x	-8	-1	0	1	8
$f(x)$	4	1	0	1	4



Il existe une symétrie par rapport à l'axe Y (fonction paire, c-à-d : $f(x) = f(-x)$).

La fonction est décroissante sur $] -\infty, 0[$ et croissante sur $]0, \infty[$

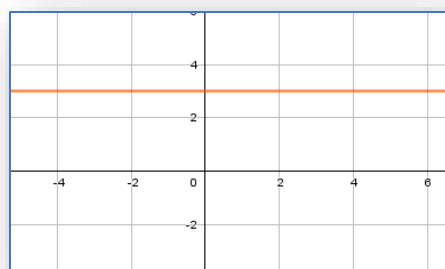
[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.47

$f(x) = 3$. C'est une fonction constante, donc symétrique par rapport à l'axe Y , donc **paire**.

Preuve : $f(x) = 3$; $f(-x) = 3 \Rightarrow f(x) = f(-x) \Rightarrow$ Il s'agit bien d'une fonction paire.

Ceci est confirmé par le graphe :



[Retour énoncé](#)

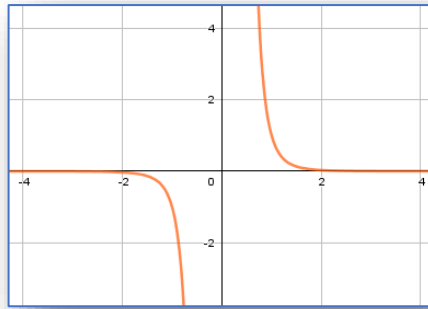
Correction Exercice 1.1.48

$$f(x) = x^{-5} \quad (\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{x^5})$$

L'exposant étant impair (-5), il n'y a aucune possibilité que cette fonction soit paire ! Regardons si elle est impaire !

$$f(x) = x^{-5} \Leftrightarrow f(-x) = (-x)^{-5} \Leftrightarrow f(-x) = (-1)^{-5}(x)^{-5} = -1 \cdot x^{-5} = -x^{-5}$$

Donc, $f(x) = -f(-x) \rightarrow$ Il s'agit d'une **fonction impaire**.



[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.49

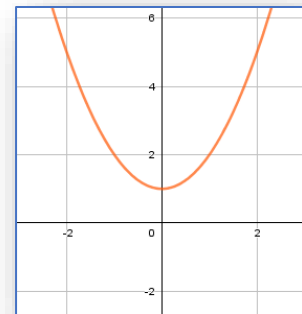
$$f(x) = x^2 + 1$$

Visualisez x^2 et augmentez-le de '1'.

La réponse est visuellement immédiate, il s'agit d'une fonction paire car symétrique par rapport à l'axe des Y.

$$f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1$$

Donc $f(x) = f(-x)$ et $f(x)$ est donc bien une **fonction paire**.

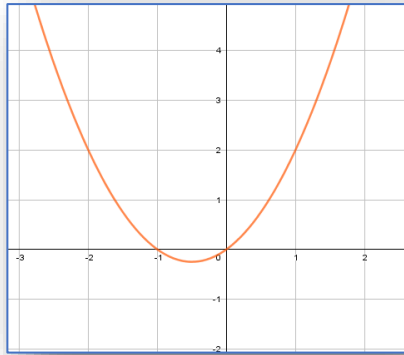


[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.50

$$f(x) = x^2 + x$$

- $f(-x) = (-x)^2 - x = x^2 - x$. Donc $f(x) \neq f(-x) \rightarrow$ la fonction n'est pas paire.
- $-f(-x) = -x^2 + x$. Donc $f(x) \neq -f(-x) \rightarrow$ la fonction n'est pas impaire.



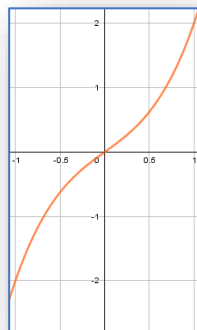
Conclusion : la fonction n'est ni paire, ni impaire.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.51

$$f(x) = x^3 + x$$

- $f(-x) = (-x)^3 - x = -x^3 - x$. Donc $f(x) \neq f(-x) \rightarrow$ la fonction n'est pas paire.
- $-f(-x) = -(-x^3 - x) = x^3 + x$. Donc $f(x) = -f(-x) \rightarrow$ la fonction est impaire.



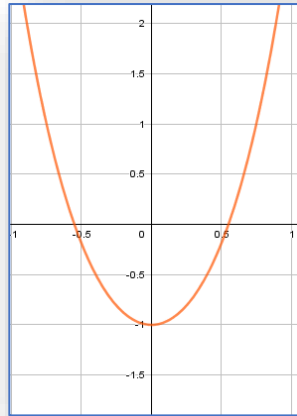
Conclusion : la fonction est impaire.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.52

$$f(x) = x^4 + 3x^2 - 1$$

- $f(-x) = (-x)^4 + 3(-x)^2 - 1 = x^4 + 3x^2 - 1$. Donc $f(x) = f(-x) \rightarrow$ la fonction est paire.
- Il n'est pas nécessaire de vérifier si elle est impaire. En effet, une fonction ne peut pas être à la fois paire et impaire, à moins d'être la fonction nulle !



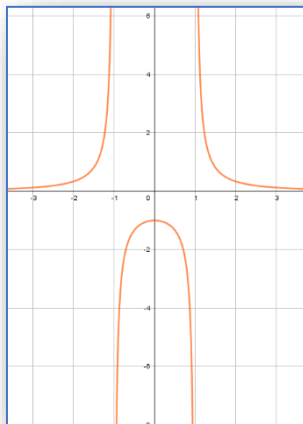
Conclusion : la fonction est paire.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.53

$$f(x) = \frac{1}{1-x^2}$$

- $f(-x) = \frac{1}{1-(-x)^2} = \frac{1}{1-x^2}$. Donc $f(x) = f(-x) \Rightarrow$ la fonction est paire.
- Il n'est pas nécessaire de vérifier si elle est impaire. En effet, une fonction ne peut pas être à la fois paire et impaire, à moins d'être la fonction nulle !

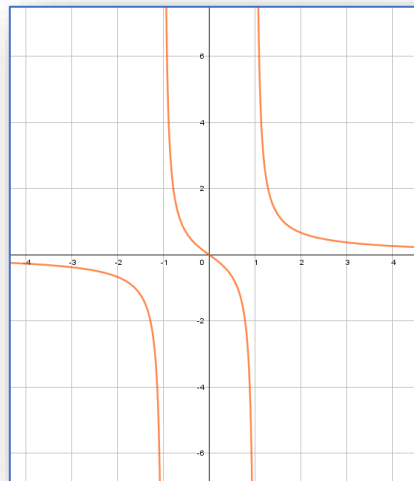


Conclusion : la fonction est paire.

Correction Exercice 1.1.54

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$$

- $f(-x) = -\frac{x}{(-x)^2 - 1} = \frac{-x}{x^2 - 1}$. Donc $f(x) \neq f(-x) \rightarrow$ la fonction n'est pas paire.
- $-f(-x) = \frac{x}{x^2 - 1} = f(x)$. Donc $f(x) = -f(-x) \rightarrow$ la fonction est impaire.



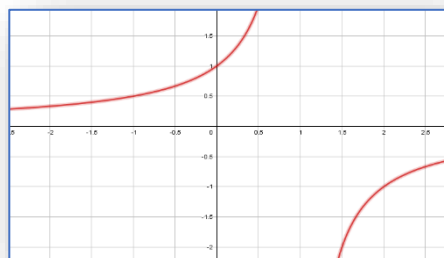
Conclusion : la fonction est impaire.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.55

$$h(t) = \frac{1}{t-1}$$

- $h(-t) = \frac{1}{-t-1} \neq h(t) \rightarrow$ la fonction n'est pas paire.
- $-h(-t) = \frac{1}{t+1} \neq h(t) \rightarrow$ la fonction n'est pas impaire



Conclusion : la fonction n'est ni paire, ni impaire.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.56

$$h(t) = |t^3|$$

- $h(-t) = |(-t)^3| = |-t^3| = |-1| \cdot |t^3| = |t^3| \rightarrow$ la fonction est paire.
- Il n'est pas nécessaire de vérifier si elle est impaire. En effet, une fonction ne peut pas être à la fois paire et impaire, à moins d'être la fonction nulle !



Conclusion : la fonction est paire.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.57

$$h(t) = 2t + 1$$

- $h(-t) = 2(-t) + 1 = -2t + 1 \neq h(t) \rightarrow$ la fonction n'est pas paire
- $-h(-t) = 2t - 1 \neq h(t) \rightarrow$ la fonction n'est pas impaire



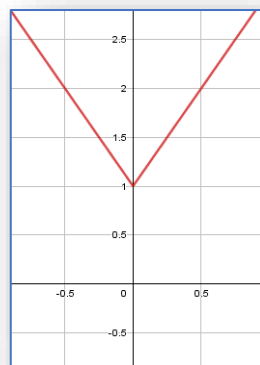
Conclusion : la fonction n'est ni paire, ni impaire.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.58

$$h(t) = 2|t| + 1$$

- $h(-t) = 2|-t| + 1 = 2|t| + 1 = h(t) \rightarrow$ La fonction est **paire**.
- Pas besoin de vérifier que la fonction est impaire puisqu'elle est paire. Une fonction qui serait à la fois paire et impaire ne peut être que la fonction nulle, ce qui n'est pas le cas ici.
- Note : $2|t|$ étant paire et la constante '1' étant une fonction paire, on pouvait conclure directement que $h(t)$ est une fonction paire, étant donné que la somme de 2 fonctions paires est paire !



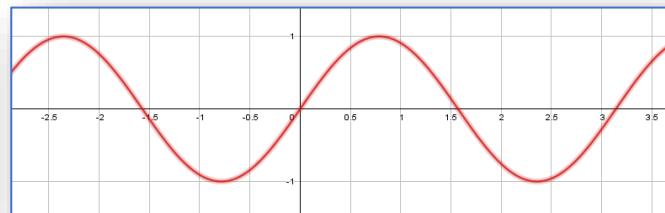
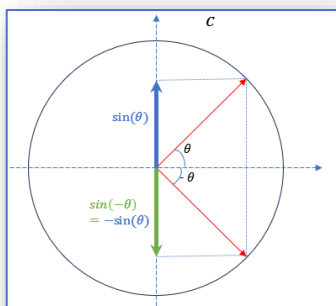
[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.59

$$f(x) = \sin 2x$$

- $f(-x) = \sin(-2x) \stackrel{*}{=} -\sin(2x) \neq f(x) \rightarrow$ la fonction n'est pas paire.
- $-f(-x) = -(-\sin(2x)) = \sin(2x) \rightarrow$ **la fonction est impaire !**

* En effet, $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$. On le visualise facilement sur le cercle trigonométrique :

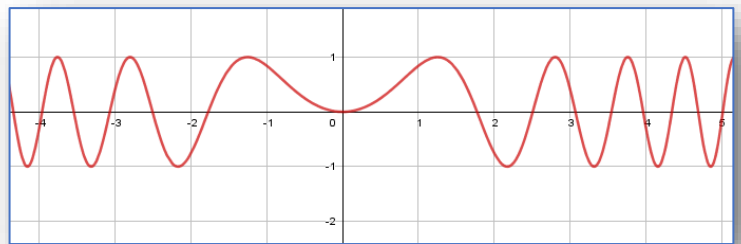
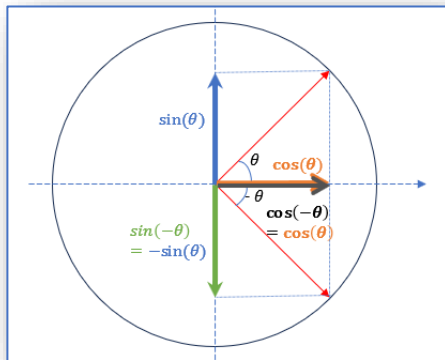


[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.60

$$f(x) = \sin x^2$$

- $f(-x) = \sin((-x)^2) = \sin x^2 = f(x) \rightarrow$ **la fonction est paire !**
- Pas besoin de vérifier que la fonction est impaire puisqu'elle est paire. Une fonction qui serait à la fois paire et impaire ne peut être que la fonction nulle, ce qui n'est pas le cas ici.

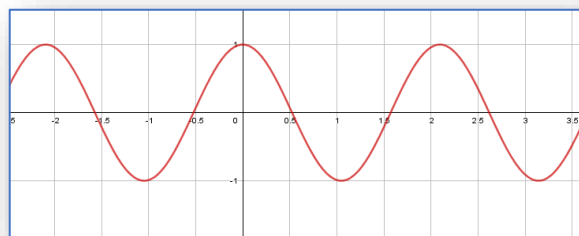
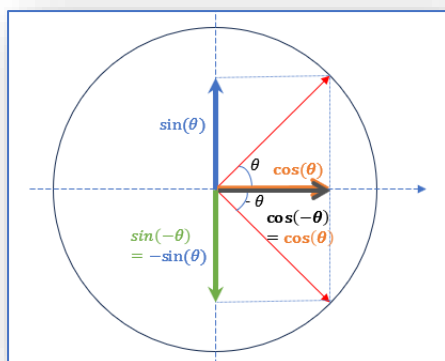


[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.61

$$f(x) = \cos(3x)$$

- $f(-x) = \cos(-3x) = \cos(3x) = f(x) \rightarrow$ **la fonction est paire !**
- Pas besoin de vérifier que la fonction est impaire puisqu'elle est paire. Une fonction qui serait à la fois paire et impaire ne peut être que la fonction nulle, ce qui n'est pas le cas ici.



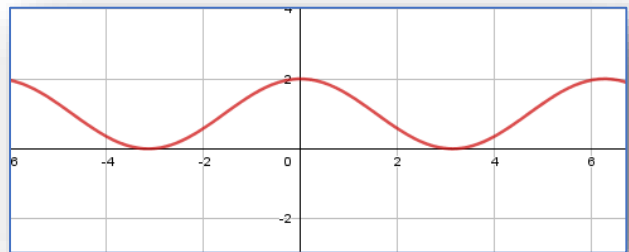
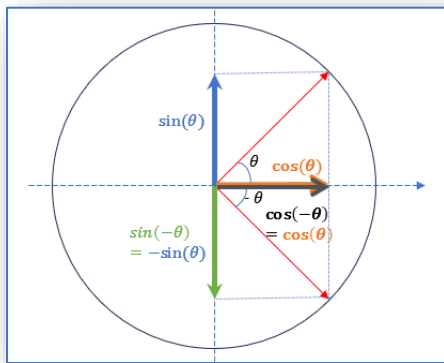
[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.62

$$f(x) = 1 + \cos x$$

- $f(-x) = 1 + \cos(-x) \stackrel{*}{=} 1 + \cos(x) = f(x) \rightarrow$ **la fonction est paire !**
- Pas besoin de vérifier que la fonction est impaire puisqu'elle est paire. Une fonction qui serait à la fois paire et impaire ne peut être que la fonction nulle, ce qui n'est pas le cas ici.
- Note : $\cos(x)$ étant une fonction paire et la constante '1' étant une fonction paire, on pouvait conclure directement que $f(x)$ est une fonction paire, étant donné que la somme de 2 fonctions paires est paire !

* En effet, $\cos(\theta) = \cos(-\theta)$, comme on le voit bien sur le cercle trigonométrique.



[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.63

La proportionnalité implique qu'il s'agit d'une droite passant par $(0,0)$ et donc de la forme (dans ce cas-ci) : $s = k \cdot t$.

On donne : à $t = 75$; $s = 25$ (dans un cas réel, on peut imaginer « à $t = 75$ s, le marcheur est à 25 m ... »).

$$\text{Donc } k = \frac{s}{t} = \frac{25}{75} = \frac{1}{3} \rightarrow \text{Quand } s = 60, \text{ on a } 60 = \frac{1}{3} \cdot t \rightarrow t = 180$$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.64

La proportionnalité implique qu'il s'agit d'une droite passant par (0,0) et donc de la forme (dans ce cas-ci) : $T = k \cdot (v)^2$. Donc : $k = \frac{T}{(v)^2}$

On donne : quand $v = 18 \frac{m}{s}$, $T = 12960$, donc $k = \frac{T}{(v)^2} = \frac{12960}{(18)^2} = \frac{12960}{324} = 40$

Quand $v = 10 \frac{m}{s}$, on a alors $T = 40 \cdot (10)^2 \rightarrow T = 4000 \text{ Joules}$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.65

Puisque les variables r et s sont inversement proportionnelles, cela veut dire que $r = \frac{k}{s}$.

Puisque quand $s = 4$, $r = 6$, on a : $6 = \frac{k}{4} \rightarrow k = 24$.

Donc, $r = \frac{24}{s}$ et $s = \frac{24}{r}$. Quand $r = 10$, $s = \frac{24}{10} = 2,4$.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.66

Puisque les variables P et V sont inversement proportionnelles, cela veut dire que $P = \frac{k}{V}$.

Puisque quand $P = 14,7 \frac{N}{cm^2}$, $V = 1000 cm^3$, on a : $14,7 = \frac{k}{1000} \rightarrow k = 14700$.

Donc, $P = \frac{14700}{V}$ et si $P = 23,4 \frac{N}{cm^2}$, alors $V = \frac{14700}{23,4} cm^3 = 628,21 cm^3$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.67

Le volume d'un parallélépipède rectangle est simplement :

$$\text{Longueur}(L) \times \text{largeur}(l) \times \text{hauteur}(h).$$

Ici : $\text{Longueur } L = 22 - 2x$

$$\text{largeur } l = 14 - 2x$$

$$\text{hauteur } h = x$$

Le volume est donc : $V(x) = (22 - 2x)(14 - 2x) \cdot x = (308 - 44x - 28x + 4x^2) \cdot x =$

$$(308 - 72x + 4x^2) \cdot x = 4x^3 - 72x^2 + 308x$$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.68

a) Commençons par chercher les coordonnées du point B afin de trouver l'équation de la droite AB .

Le triangle étant isocèle rectangle, appelons c , la longueur du segment AB , laquelle est bien sûr la même longueur que le segment opposé (isocèle).

Pythagore: $c^2 + c^2 = 2^2 \Rightarrow 2c^2 = 4 \Rightarrow c = \sqrt{2}$

Calculons la hauteur h du triangle isocèle, càd, la longueur du segment OB .

Pythagore: $h^2 + 1^2 = (\sqrt{2})^2 \Rightarrow h^2 + 1 = 2 \Rightarrow h^2 = 1 \Rightarrow h = 1$

Les coordonnées du point B sont donc $(0,1)$.

L'équation de la droite passant par A et B est donc l'équation de la droite passant par $(0,1)$ et $(1,0)$.

$$\Leftrightarrow (0,1) \Rightarrow y = ax + b \Leftrightarrow 1 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 1$$

$$\Leftrightarrow (1,0) \Rightarrow y = ax + b \Leftrightarrow 0 = a \cdot 1 + 1 \Rightarrow a = -1$$

$$\Leftrightarrow \text{La droite passant par } A \text{ et } B \text{ a pour équation } f(x) = -x + 1$$

Réponse a) Les coordonnées de $P(x)$ sont simplement $(x, -x + 1)$

b) La surface du rectangle est $\text{Longueur}(L) \times \text{largeur}(l)$, où dans ce cas :

a. $L = x + x = 2x$

b. $l = P(x) = -x + 1$

$$\text{D'où, } L \times l = 2x \cdot (-x + 1) = 2x - 2x^2$$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.69

a) $y = x^4$ b) $y = x^7$ c) $y = x^{10}$

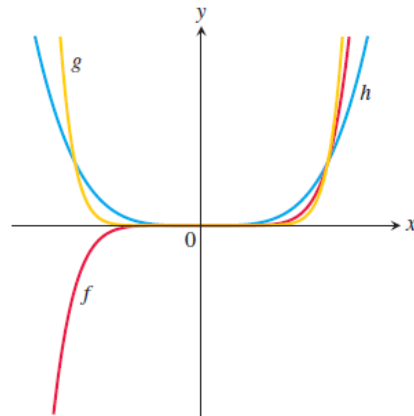
Le seul graphe impair est la fonction f en rouge

⇒ La fonction f correspond à b) $y = x^7$

Entre les deux qui restent, la fonction jaune (g) croît bien plus rapidement que la fonction bleue (h).

⇒ La fonction g correspond à c) $y = x^{10}$

⇒ La fonction h correspond à a) $y = x^4$



[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.70

a) $y = 5x$ b) $y = 5^x$ c) $y = x^5$

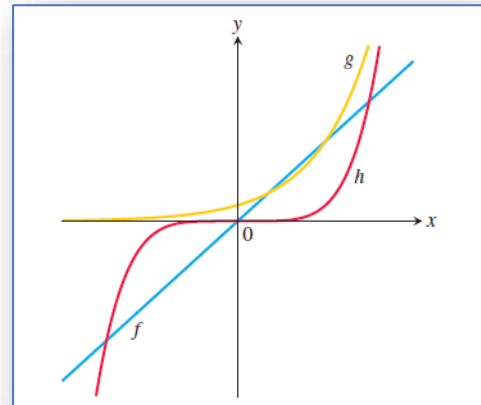
Sur les graphes, on y voit une seule droite (en bleu), ça ne peut être que la fonction $y = 5x$

⇒ La fonction f correspond à a) $y = 5x$

Il reste une seule fonction impaire, h , la rouge qui ne peut donc être que c) $y = x^5$

⇒ La fonction h correspond à c) $y = x^5$

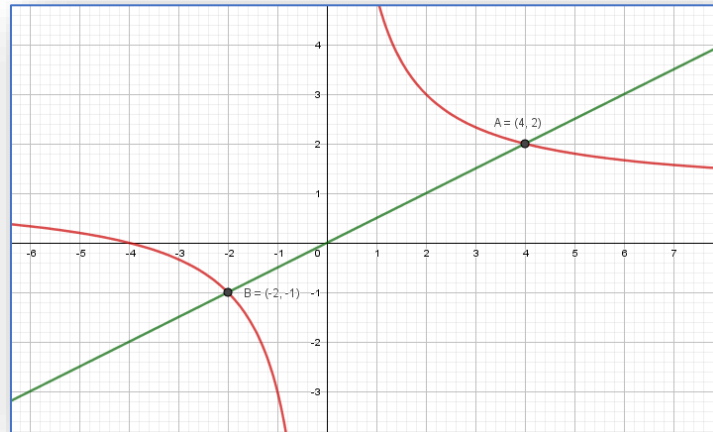
⇒ La fonction g correspond à b) $y = 5^x$



[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.71

a)



Identifier les x tels que $\frac{x}{2} > 1 + \frac{4}{x}$ revient à identifier les intervalles où la fonction en vert est supérieure à la fonction en rouge !

C'est le cas sur $] -2,0 [$ et sur $]4, +\infty [\Rightarrow \frac{x}{2} > 1 + \frac{4}{x} \Leftrightarrow x \in] -2,0 [\cup]4, +\infty [$

b) $\frac{x}{2} > 1 + \frac{4}{x} \Leftrightarrow \frac{x}{2} - \frac{4}{x} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 8 - 2x}{2x} > 0$ mis en commun au même dénominateur.

Il faut faire un tableau de signe et avant cela, calculer les racines de $x^2 - 2x - 8$.

Un simple calcul $\left(x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)$ donne : $x_1 = -2$; $x_2 = 4$

		-2		0		4	
$x^2 - 2x - 8$	+	0	-	-	-	0	+
$2x$	-	-	-	0	+	+	+
$\frac{x^2 - 2x - 8}{2x}$	-	0	+	////	-	0	+

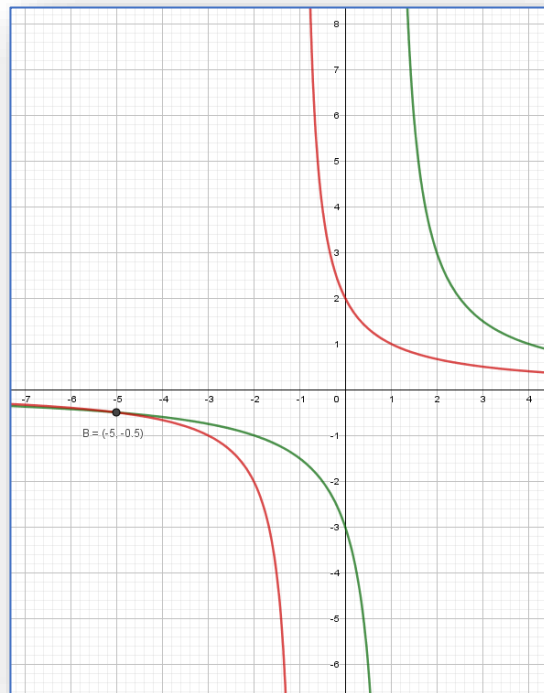
Note : A ce stade, vous êtes censé maîtriser les tableaux de signes. Si cela n'est pas le cas, référez-vous aux leçons antérieures qui les traitent.

On constate en effet que :

$$\frac{x^2 - 8 - 2x}{2x} > 0 \text{ pour les intervalles « + », c\`ad, } x \in] -2,0 [\cup]4, +\infty [$$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.72



- a) Identifier les x tels que $\frac{3}{x-1} < \frac{2}{x+1}$ revient à identifier les intervalles où la fonction en vert est strictement inférieure à la fonction en rouge !

C'est le cas sur $] -\infty, -5[$ sur $] -1, 1[\Rightarrow \frac{3}{x-1} < \frac{2}{x+1} \Leftrightarrow x \in] -\infty, -5[\cup] -1, 1[$

$$\text{b) } \frac{3}{x-1} < \frac{2}{x+1} \Leftrightarrow \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1} < 0 \Leftrightarrow \frac{3(x+1)-2(x-1)}{(x-1)(x+1)} < 0 \Leftrightarrow \frac{x+5}{(x-1)(x+1)} < 0$$

On construit le tableau de signes :

		-5		-1		1	
$x + 5$	-	0	+	+	+	+	+
$x - 1$	-	-	-	-	-	0	+
$x + 1$	-	-	-	0	+	+	+
$\frac{x+5}{(x-1)(x+1)}$	-	0	+	////	-	////	+

Note : A ce stade, vous êtes censé maîtriser les tableaux de signes. Si cela n'est pas le cas, référez-vous aux leçons antérieures qui les traitent.

Le tableau de signe confirme bien que :

$$\frac{x+5}{(x-1)(x+1)} < 0 \text{ pour les intervalles « - », càd, } x \in]-\infty, -5[\cup]-1, 1[$$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.73

Comme précisé dans l'énoncé, une courbe symétrique par rapport à l'axe X implique qu'elle passe par (x, y) et $(x, -y)$! Pour un MÊME x , elle passe donc par 2 points. Donc, cela ne peut pas être une fonction. Autrement dit, en plaçant une règle en ce point x , la règle intercepterait 2 points.

La seule possibilité pour que $y = -y$ est que la fonction soit $y = 0$. Elle est bien symétrique (c'est même l'axe de symétrie lui-même) et pour tout x , la règle ne croise la fonction qu'en un seul point : $(x, 0)$.

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.74

Au départ, $R = 300 \times 40$

La première fois ($x = 1$) que j'augmente le prix des livres de 5€, j'en vends 25 de moins : $\rightarrow R(1) = (300 - 25 \cdot 1)(40 + 5 \cdot 1)$.

La deuxième fois ($x = 2$) que j'augmente le prix des livres de 5€, j'en vends 25 de moins : $\rightarrow R(2) = (300 - 25 \cdot 2)(40 + 5 \cdot 2)$.

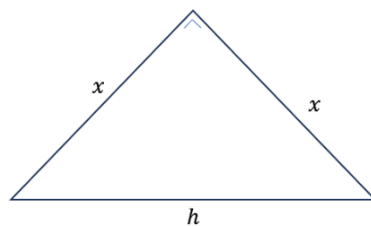
La $x^{\text{ème}}$ fois que j'augmente le prix des livres de 5€, j'en vends 25 de moins :

$$\rightarrow R(x) = (300 - 25x)(40 + 5x).$$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.75

Visualisation des données :



Une simple application de Pythagore : $x^2 + x^2 = h^2 \rightarrow 2x^2 = h^2 \rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}h = \frac{\sqrt{2}}{2}h$

Le périmètre du triangle est donné par : $\mathcal{P} = x + x + h = 2x + h$ mètres

Le coût de la clôture est donc : $\mathcal{C} = 2x \cdot 5 + h \cdot 10 \text{ €} = 10x + 10h \text{ €} = 5\sqrt{2}h + 10h \text{ €}$

Réponse : le coût de la clôture est $\mathcal{C} = 5 \cdot (\sqrt{2} + 2) \cdot h \text{ €}$

[Retour énoncé](#)

Correction Exercice 1.1.76

a) Appliquons Pythagore au triangle CPQ où C représente la centrale :

$$x^2 + 250^2 = CQ^2 \rightarrow CQ = \sqrt{x^2 + 250^2}$$

D'autre part, la distance $Q - Ville = 2000 - x$

La distance totale du câble vaut donc : $CQ + QVille = \sqrt{x^2 + 250^2} + 2000 - x$

La fonction « coût » $\mathcal{C}$ en fonction de x vaut donc :

$$\mathcal{C}(x) = (\sqrt{x^2 + 250^2}) \cdot 180 + (2000 - x) \cdot 100$$

b) Un tableau Excel fournit les données suivantes :

x(mètres)	cout
50	240891
100	238466
150	237479
200	237628
250	238640
300	240292
350	242421

Le coût est donc minimisé pour $x = 150 \text{ m}$. C'est donc bien moins de 300 m du point P !

[Retour énoncé](#)